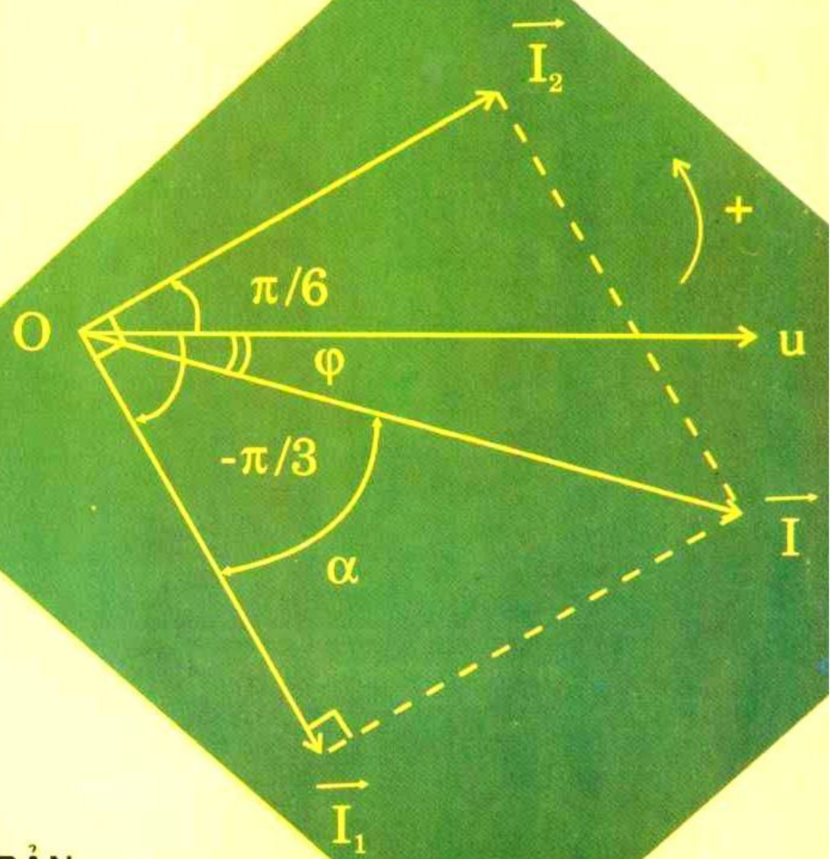
TRẦN VĂN DŨNG

135 *Bài toán*
MẠCH XOAY CHIỀU KHÔNG PHÂN NHÁNH

(LUYỆN THI ĐẠI HỌC VÀ CAO ĐẲNG)


$\vec{I_2}$
+
$\pi/6$
O
u
φ
$-\pi/3$
$\vec{I}$
α
$\vec{I_1}$

NHÀ XUẤT BẢN
ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

TRẦN VĂN DŨNG

135 BÀI TOÁN
MẠCH XOAY CHIỀU KHÔNG PHÂN NHÁNH

(Luyện thi Đại học, Cao đẳng)

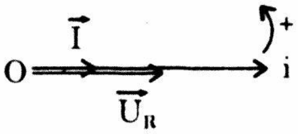
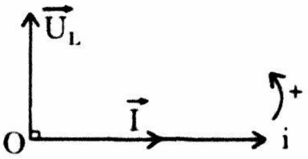
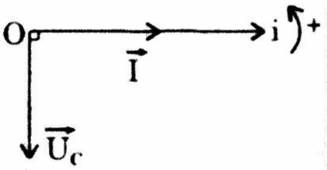
NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

PHẦN I

CÁC BÀI TOÁN MẪU

LÝ THUYẾT CƠ BẢN
VỀ MẠCH R, L, C KHÔNG PHÂN NHÁNH

I. CÁC MẠCH ĐƠN GIẢN NHẤT

Mạch chỉ có	*Điện trở (Ω)*	*Góc lệch pha*	*Giản đồ vectơ*	*Định luật ôm chỉ dùng cho*
Điện trở hoạt động	R	$\widehat{\vec{I},\vec{U}} = 0^o$		* *Giá trị tức thời* $i = \frac{u}{R}$ * *Giá trị cực đại* $I_c = \frac{U_c}{R}$ * *Giá trị hiệu dụng* $I = \frac{U}{R}$
Cuộn dây thuần cảm kháng	$Z_L = \omega L$	$\widehat{\vec{I},\vec{U}} = +\frac{\pi}{2}$		* *Giá trị hiệu dụng* $I = \frac{U_L}{Z_L}$ * *Giá trị cực đại* $I_0 = \frac{U_{0L}}{Z_L}$
Tụ điện thuần dung kháng	$Z_C = \frac{1}{\omega C}$	$\widehat{\vec{I},\vec{U}} = -\frac{\pi}{2}$		* *Giá trị hiệu dụng* $I = \frac{U_C}{Z_C}$ * *Giá trị cực đại* $I_0 = \frac{U_{0C}}{Z_C}$

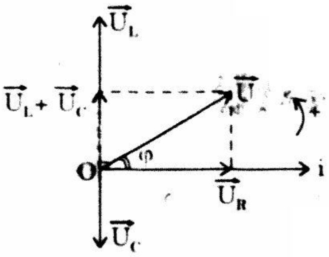
II. MẠCH R, L, C NỐI TIẾP

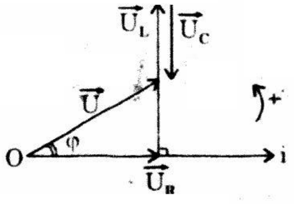
1. *Nếu* $i = I_0 \sin\omega t$ *thì* $u = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ *với* $U_0 = I_0 Z$

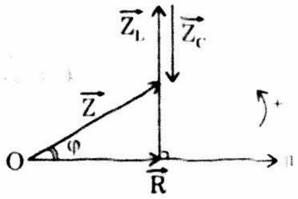
Tổng trở $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

Góc lệch pha giữa u và i là φ *với* $tg\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R}$. *Ở các công thức này, hiểu rộng ra* R, Z_L, Z_C *là điện trở hoạt động, cảm kháng và dung kháng tương đương của các* $R_1, R_2, \ldots, L_1, L_2, \ldots, C_1, C_2, \ldots$ *ghép theo các kiểu và rút gọn được về* R, Z_L, Z_C.

2. *Giản đồ vectơ*







3. *Công suất tiêu thụ trên đoạn mạch*

* $P = UI\cos\varphi = I^2R$

* *Hệ số công suất* $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z}$

* *Nếu mạch chỉ có tụ; cuộn dây thuần cảm; hoặc cả 2 yếu tố ghép nối tiếp thì* $\varphi = \pm\dfrac{\pi}{2}$ *nên* $\cos\varphi = 0$.

4. *Thay thế tương đương*

* *Nếu* $R_1, R_2, ..., R_n$ *nối tiếp thì điện trở tương đương* $R = \sum_{i=1}^{n} R_i$

Nếu $R_1, R_2, ..., R_n$ *song song thì R tính theo :*

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R_i}$$

* *Nếu có các cuộn dây thuần cảm nối tiếp thì*

$$L = L_1 + L_2 + ... + L_n = \sum_{i=1}^{n} L_i \quad \rightarrow \quad Z_L = \sum_{i=1}^{n} Z_{L_i}$$

* *Nếu các tụ ghép nối tiếp thì* $\dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} + ... + \dfrac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^{n}\dfrac{1}{C_i}$

$$\rightarrow \quad Z_C = Z_{C_1} + Z_{C_2} + ... + Z_{C_n} = \sum_{i=1}^{n} Z_{C_i}$$

Nếu các tụ ghép song song thì $C = C_1 + C_2 + ... + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i$

$$\rightarrow \quad \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{C_2}} + ... + \frac{1}{Z_{C_n}} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{Z_{C_i}}$$

5. *Các chú ý khác*

* *Mạch R, L, C nối tiếp, nếu thiếu 1 yếu tố nào thì cho điện trở tương ứng bằng 0 và vẫn dùng các công thức tổng quát cho R, L, C.*

+ *Ví dụ : R, C nối tiếp thì* $Z_L = 0$; *R, L nối tiếp thì* $Z_C = 0$

+ *Ví dụ : L, C nối tiếp thì R = 0; lúc đó coi R → 0 và* $tg\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \pm\infty$ *và* $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$.

* *Cứ lấy pha của i làm gốc và so sánh pha của các hiệu điện thế với pha của i để viết các biểu thức tức thời.*

* *Hiện tượng cộng hưởng chỉ xảy ra khi* $Z_L = Z_C$, $Z_{min} = R$, $I_{max} = \frac{U}{R}$. *Các giá trị cực đại khác không ứng với điều kiện này sẽ không phải có cộng hưởng.*

* *Nếu trong mạch điện có đèn đã cho các giá trị định mức* U_{dm}, P_{dm} *thì từ đó tìm được R (coi là điện trở thuần) và dòng định mức* $I_{dm} = \frac{P_{dm}}{U_{dm}}$;

$R = \frac{U_{dm}^2}{P_{dm}} = \frac{U_{dm}}{I_{dm}}$. *Độ sáng của đèn phụ thuộc vào dòng thực tế cung cấp cho đèn I (nếu* $I = I_{dm}$ *thì đèn sáng bình thường; nếu* $I < I_{dm}$ *thì đèn tối hơn bình thường ...)*

* *Để xác định cụ thể các R, L, C tương đương ta dùng giản đồ vectơ.*

* *Dấu hiệu nhận biết cuộn dây có* $R \neq 0$ *hoặc dựa vào tính hiệu điện thế (bằng phản chứng) hoặc xem hệ số công suất của cuộn dây (nếu* $\cos\varphi_{cd} = \frac{R}{Z_{cd}} = 0$ *thì R = 0).*

* *Để xét cực trị của các đại lượng ta phải xác định đâu là hàm số, đâu là biến số; viết hàm số phải xét cực trị. Sau đó :*

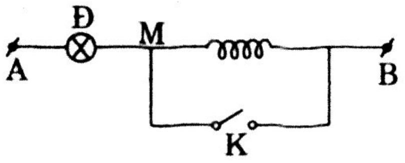
+ *Dùng giản đồ vectơ để biện luận.*
+ *Dùng bất đẳng thức Cauchy.*
+ *Khảo sát cực trị bằng đạo hàm.*
+ *Đưa hàm về hàm bậc 2, xét tọa độ đỉnh của parabol.*

Chủ đề 1

ĐOẠN MẠCH R, L NỐI TIẾP

1. *Sử dụng các công thức của mạch R, L, C nối tiếp với chú ý coi* $C = \infty$, $Z_C = 0$ *(nghĩa là có tụ nhưng nó như một dây dẫn không có điện trở). Ta bỏ* Z_C *trong công thức tổng quát.*
2. *Do chỉ có R, L nối tiếp nên mạch có tính cảm kháng (u luôn sớm pha hơn i).*
3. *Chú ý sự thay đổi các yếu tố trong mạch điện có thể do **R đổi**, hoặc **L đổi hoặc ω đổi**.*

1 Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ :



Đèn ghi 100V – 100W

1. K đóng; đặt vào A, B một hiệu điện thế 1 chiều $U_{AB} = 100V$. Hỏi đèn có sáng bình thường không ?

2. K mở, đặt vào AB một hiệu điện thế xoay chiều $u = 220\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

   Dùng vôn kế nhiệt ($R_V = \infty$) đo được $U_{AM} = 100(V)$; $U_{MB} = 150V$

   a) Chứng tỏ rằng cuộn dây có $R_0 \neq 0$

   b) Tìm R_0, L của cuộn dây.

   c) Viết i(t).

Giải

1.+ Mạch xoay chiều chỉ có đèn (là điện trở hoạt động) vì dòng không qua cuộn dây. ($M \equiv B$)

+ Dòng định mức I_m và điện trở của đèn R :

$$I_m = \frac{P_{dm}}{U_{dm}} = \frac{100}{100} = 1(A) \quad ; \quad R = \frac{U_{dm}}{I_m} = \frac{100}{1} = 100\ (\Omega)$$

+ Vì $U_{AB} = 100(V) = U_{dm}$ nên đèn sáng bình thường (khi đó I cung cấp bằng I định mức là 1(A)).

2.a) * Nếu cuộn dây có $R_0 = 0$ thì $U'_{AB} = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{100^2 + 150^2} \approx 180(V)$

* Do đó $U'_{AB} \neq U_{AB} = 220(V)$, nếu giả thiết $R_0 = 0$ là vô lý. Vậy cuộn dây có $R_0 \neq 0$.

b) * $I = \dfrac{U_{AM}}{R} = \dfrac{100}{100} = 1(A)$ (lúc này đèn sáng bình thường)

* $$Z_{AB} = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{220}{1} = 220(\Omega)$$

$$\rightarrow \quad Z_{AB}^2 = (R + R_0)^2 + Z_L^2 = R^2 + 2RR_0 + R_0^2 + Z_L^2 \qquad (1)$$

* $$Z_{cd} = \frac{U_{MB}}{I} = \frac{150}{1} = 150(\Omega) \quad \rightarrow \quad Z_{cd}^2 = R_0^2 + Z_L^2 \qquad (2)$$

* Giải (1) và (2) ta có : $$R_0 = \frac{Z_{AB}^2 - Z_{cd}^2 - R^2}{2R} \qquad (3)$$

* Thay số vào (3), ta có : $$R_0 = \frac{(220)^2 - (150)^2 - (100)^2}{2.100} = 79{,}5(\Omega) \qquad (4)$$

* Đưa (4) vào (2) : $Z_L = \sqrt{Z_{cd}^2 - R_0^2} = \sqrt{(150)^2 - (79,5)^2} \approx 127(\Omega)$

$$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{127}{100\pi} \approx 0,4\ (H)$$

c) * $I_0 = I\sqrt{2} = \sqrt{2}$ (A); $tg\varphi = \frac{Z_L}{R + R_0} = \frac{127}{100 + 79,5} \approx 0,7075$

* $\varphi \approx 0,6$ (rad); u sớm pha hơn i nên $i = \sqrt{2}\sin(100\pi t - 0,6)$ (A).

2 Một cuộn dây có điện trở R_1, độ tự cảm L_1 mắc vào mạng điện xoay chiều $u = U_0\sin 100\pi t$ (V). Dòng điện qua cuộn dây có giá trị cực đại $I_0 = 14,14$ (A) và trễ pha so với hiệu điện thế một góc $\frac{\pi}{3}$, công suất tiêu thụ trên cuộn dây là 200W.

1. Tìm R_1, L_1 và U_0.

2. Mắc nối tiếp vào cuộn dây trên một cuộn dây thuần cảm có $L_2 = \frac{2\sqrt{3}}{100\pi}$ (H); rồi sử dụng u trên cho toàn mạch mới. Tìm :

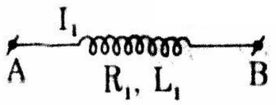
a) Công suất tiêu thụ của mạch này.

b) Viết biểu thức i (t).

Giải

1.* $P_1 = I_1^2 R_1 \rightarrow R_1 = \frac{P_1}{I_1^2}$ với $I_1 = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10(A)$

$$\rightarrow R_1 = \frac{200}{(10)^2} = 2(\Omega)$$



* u sớm pha hơn i_1 một góc $\frac{\pi}{3}$ nên :

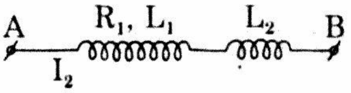
$$tg\varphi_1 = tg\frac{\pi}{3} = \sqrt{3} = \frac{Z_{L_1}}{R_1} \rightarrow Z_{L_1} = R_1\sqrt{3}$$

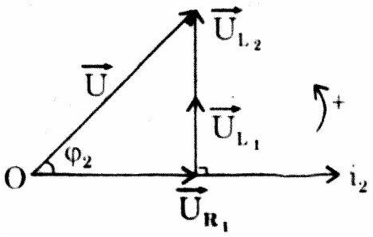
$$Z_{L_1} = 2\sqrt{3}\ (\Omega) \quad \text{và} \quad L_1 = \frac{Z_{L_1}}{\omega} = \frac{2\sqrt{3}}{100\pi}(H)$$

* $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + Z_{L_1}^2} = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4(\Omega)$;

$U_0 = I_0 Z_1 = 10\sqrt{2}.4 = 40\sqrt{2}$ (V);

2.a)


A
R₁, L₁
L₂
B
I₂


$\vec{U}_{L_2}$
$\vec{U}$
$\vec{U}_{L_1}$
+
O
φ_2
i_2
$\vec{U}_{R_1}$

* Từ giản đồ vectơ suy ra :

$$U = I_2Z_2 = \sqrt{U_{R_1}^2 + (U_{L_1} + U_{L_2})^2} = \sqrt{I_2^2R_1^2 + (I_2Z_{L_1} + I_2Z_{L_2})^2}$$

$$\rightarrow \quad Z_2 = \sqrt{R_1^2 + (Z_{L_1} + Z_{L_2})^2}$$

* $Z_{L_2} = Z_{L_1} = 2\sqrt{3}\ (\Omega)$ (vì $L_2 = L_1$) nên $Z_2 = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3} + 2\sqrt{3})^2} \approx 7{,}2\ (\Omega)$

* $U = 40V \quad \rightarrow \quad I_2 = \dfrac{U}{Z_2} = \dfrac{40}{7{,}2} \approx 5{,}6\ (A)$

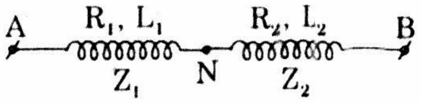
* $P_2 = I_2^2R_1 = (5{,}6)^2.2 = 62{,}7\ (W)$.

b)* $I_{02} = I_2\sqrt{2} = 5{,}6\sqrt{2}\ (A)$; $\operatorname{tg}\varphi_2 = \dfrac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{R_1} = \dfrac{2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

$\rightarrow \varphi_2 \approx 1{,}23$ (rad) $\rightarrow$ u sớm pha hơn i_2 nên i_2 muộn pha hơn u.

Vậy : $i_2 = 5{,}6\sqrt{2}\sin(100\pi t - 1{,}23)$ (A).

3 Cho đoạn mạch xoay chiều như hình.

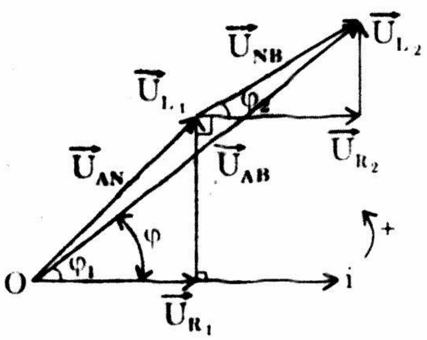

A
R₁, L₁
R₂, L₂
B
Z₁
N
Z₂

1. Chứng minh rằng có thể xem đoạn mạch như một cuộn dây có điện trở $R_1 + R_2$ và độ tự cảm $L_1 + L_2$.
2. Lúc nào thì tổng trở toàn mạch (Z) bằng tổng của tổng trở các cuộn dây ($Z = Z_1 + Z_2$).
3. Áp dụng số : $R_1 = 60(\Omega)$; $L_1 = \dfrac{0{,}8}{\pi}$(H); $R_2 = 100(\Omega)$; $L_2 = \dfrac{3}{4\pi}$(H)

   $u_{AB} = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V). Viết i(t) qua mạch.

Giải

1.* Vẽ giản đồ vectơ


$\vec{U}_{NB}$
$\vec{U}_{L_2}$
$\vec{U}_{L_1}$
φ_2
$\vec{U}_{AN}$
$\vec{U}_{AB}$
$\vec{U}_{R_2}$
+
φ
O
φ_1
i
$\vec{U}_{R_1}$

$$\overrightarrow{U}_{R_1} + \overrightarrow{U}_{L_1} = \overrightarrow{U}_{AN} \quad ; \quad \overrightarrow{U}_{R_2} + \overrightarrow{U}_{L_2} = \overrightarrow{U}_{NB}$$

$$\overrightarrow{U}_{AB} = \overrightarrow{U}_{AN} + \overrightarrow{U}_{NB} = \overrightarrow{U}_{R_1} + \overrightarrow{U}_{R_2} + \overrightarrow{U}_{L_1} + \overrightarrow{U}_{L_2} \quad (1)$$

* Trong (1) : $\widehat{\overrightarrow{U_{R_1}},\overrightarrow{U_{R_2}}} = 0^\circ$; $\widehat{\overrightarrow{U_{L_1}},\overrightarrow{U_{L_2}}} = 0^\circ$

nên : $\overrightarrow{U_R} = \overrightarrow{U_{R_1}} + \overrightarrow{U_{R_2}}$; $U_R = U_{R_1} + U_{R_2}$

$\rightarrow \quad IR = I(R_1 + R_2) \quad \rightarrow \quad R = R_1 + R_2$ (2)

$\overrightarrow{U_L} = \overrightarrow{U_{L_1}} + \overrightarrow{U_{L_2}}$; $U_L = U_{L_1} + U_{L_2}$

$\rightarrow \quad IZ_L = I(Z_{L_1} + Z_{L_2}) \quad \rightarrow \quad Z_L = Z_{L_1} + Z_{L_2}$ (3)

* Trong (3) : $Z_L = \omega L = Z_{L_1} + Z_{L_2} = \omega(L_1 + L_2) \quad \rightarrow \quad L = L_1 + L_2$ (4)

(2) và (4) là điều phải chứng minh.

2.* $U_{AB} = IZ$; $U_{AN} = IZ_1$; $U_{NB} = IZ_2$

* Khi $Z = Z_1 + Z_2$ thì $U_{AB} = U_{AN} + U_{NB}$. Lúc đó $\overrightarrow{U_{AN}},\overrightarrow{U_{NB}}$ cùng hướng và $\varphi_1 = \varphi_2 \rightarrow \text{tg}\varphi_1 = \text{tg}\varphi_2$

hay $\dfrac{Z_{L_1}}{R_1} = \dfrac{Z_{L_2}}{R_2} \rightarrow \dfrac{Z_{L_1}}{Z_{L_2}} = \dfrac{R_1}{R_2} \rightarrow \dfrac{L_1}{L_2} = \dfrac{R_1}{R_2}$. (5)

3.* $R_1 = 60\ (\Omega)$; $Z_{L_1} = \omega L_1 = 100\pi.\dfrac{0,8}{\pi} = 80\ (\Omega)$

$R_2 = 100\ (\Omega)$; $Z_{L_2} = \omega L_2 = 100\pi.\dfrac{3}{4\pi} = 75\ (\Omega)$.

* $R = R_1 + R_2 = 160\ (\Omega)$; $Z_L = Z_{L_1} + Z_{L_2} = 155\ (\Omega)$

* $Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{160^2 + 155^2} \approx 223\ (\Omega)$;

$I_0 = \dfrac{U_0}{Z} = \dfrac{200\sqrt{2}}{223} \approx 1,27\ (A)$;

$\text{tg}\varphi = \dfrac{Z_L}{R} = \dfrac{155}{160} \approx 0,9688 \Rightarrow \varphi = 0,77\ (\text{rad})$

$\rightarrow$ **$i = 1,27\sin(100\pi t - 0,77)\ (A)$.**

4 Cho mạch R, L nối tiếp, R có thể thay đổi được; $u = U\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V). Khi $R_1 = 100(\Omega)$ và $R_2 = 400(\Omega)$ thì mạch có cùng công suất 20(W).

1. Tìm L và U.

2. Tìm R_0 để P_{max} ? Tìm P_{max}.

3. Viết biểu thức $i_0(t)$; $i_1(t)$; $i_2(t)$ ứng với R_0, R_1, R_2.

Giải

1.* Theo giả thiết $P_1 = \dfrac{U^2R_1}{R_1^2 + Z_L^2} = \dfrac{U^2R_2}{R_2^2 + Z_L^2} \quad \rightarrow \quad Z_L = \sqrt{R_1R_2}$ (1)

* Thay số vào (1) ta có : $Z_L = \sqrt{100.400} = 200(\Omega)$

* $L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{200}{100\pi} = \dfrac{2}{\pi}(H) = 0,637(H)$

* $P_1 = 20W;$ $P_1 = \dfrac{U^2R_1}{R_1^2 + Z_L^2}$ $\rightarrow$ $U = \sqrt{\dfrac{P_1(R_1^2 + Z_L^2)}{R_1}}$ (2)

* Thay số vào (2) ta có : U = 100(V).

2.* Thay đổi R.

$$P = \frac{U^2R}{R^2 + Z_L^2} = \frac{U^2}{R + \dfrac{Z_L^2}{R}} = \frac{U^2}{a + b} = \frac{const}{y} \qquad (3)$$

* Theo bất đẳng thức Cauchy : y_{min} (để P_{max}), với $a.b = R.\dfrac{Z_L^2}{R} = Z_L^2 = const$

khi a = b nên $R_0 = Z_L = 200(\Omega)$

* Khi đó $P_{max} = \dfrac{U^2}{2R_0} = \dfrac{100^2}{2.200} = 25(W)$.

3.a) *Với $R_1 = 100(\Omega)$:*

* $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + Z_L^2} = \sqrt{100^2 + 200^2} = 100\sqrt{5}\ (\Omega)$

* $I_{01} = \dfrac{U_o}{Z_1} = \dfrac{U\sqrt{2}}{Z_1} = \dfrac{100\sqrt{2}}{100\sqrt{5}} \approx 0,63(A)$; $tg\varphi_1 = \dfrac{Z_L}{R_1} = \dfrac{200}{100} = 2$

$\rightarrow$ $\varphi_1 \approx 1,11$ (rad) $\rightarrow$ $i_1 = 0,63\sin(100\pi t - 1,11)$ (A).

b) *Với $R_2 = 400(\Omega)$:*

* $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + Z_L^2} = \sqrt{400^2 + 200^2} = 200\sqrt{5}\ (\Omega)$

* $I_{02} = \dfrac{U\sqrt{2}}{Z_2} = \dfrac{100\sqrt{2}}{200\sqrt{5}} \approx 0,32$ (A) ; $tg\varphi_2 = \dfrac{Z_L}{R_2} = \dfrac{200}{400} = \dfrac{1}{2}$

$\rightarrow$ $\varphi_2 \approx 0,46$ (rad) $\rightarrow$ $i_2 = 0,32\sin(100\pi t - 0,46)$ (A).

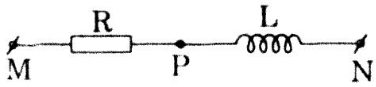
c) *Với $R_0 = 200(\Omega)$:*

* $Z_3 = \sqrt{R_0^2 + Z_L^2} = \sqrt{200^2 + 200^2} = 200\sqrt{2}\ (\Omega)$

* $I_{03} = \dfrac{U\sqrt{2}}{Z_3} = \dfrac{100\sqrt{2}}{200\sqrt{2}} = 0,5$ (A) ; $tg\varphi_3 = \dfrac{Z_L}{R_0} = \dfrac{200}{200} = 1$

$\rightarrow$ $\varphi_3 = +\dfrac{\pi}{4}$ $\rightarrow$ $i_3 = 0,5\sin\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right)$ (A).

5 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



Biết $U_{MN} = 150\sqrt{2}$ (V); $U_{MP} = 70$(V); $U_{PN} = 150$(V).

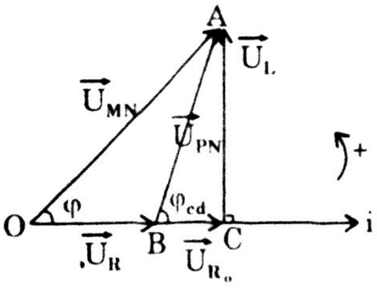
1. Chứng minh cuộn dây có $R_0 \neq 0$.
2. Tìm hệ số công suất của cuộn dây và của toàn mạch.
3. Biết công suất tiêu thụ toàn mạch là P = 150(W). Tìm R, R_0, Z_L.

Giải

1.* Nếu $R_0 = 0$ thì $U'_{MN} = \sqrt{U_{MP}^2 + U_{PN}^2} = \sqrt{70^2 + 150^2} \approx 166(V)$

* Ở đây $U_{MN} = 150\sqrt{2} \approx 212(V) \neq U'_{MN}$. Vậy cuộn dây phải có $R_0 \neq 0$.

2.* Vẽ giản đồ vectơ



* ΔOAB có : $U_{MN}^2 = U_R^2 + U_{PN}^2 - 2U_R U_{PN}\cos(180^\circ - \varphi_{cd}) =$

$$= U_{MP}^2 + U_{PN}^2 + 2U_{MP}U_{PN}\cos\varphi_{cd}$$

$$\rightarrow \quad \cos\varphi_{cd} = \frac{U_{MN}^2 - U_{MP}^2 - U_{PN}^2}{2U_{MP}U_{PN}} = \frac{(150\sqrt{2})^2 - 70^2 - 150^2}{2.70.150} \approx 0,84$$

* ΔBCA có : $U_{R_0} = U_{PN}.\cos\varphi_{cd} = 150.0,84 = 126$ (V)

* ΔOCA có : $\cos\varphi = \dfrac{U_R + U_{R_0}}{U_{MN}} = \dfrac{U_{MP} + U_{R_0}}{U_{MN}} = \dfrac{70 + 126}{212} \approx 0,92.$

3.* $P = I^2(R + R_0) = I.I(R + R_0) = I(U_R + U_{R_0}) = I(U_{MP} + U_{R_0})$

$$\rightarrow \quad I = \frac{P}{U_{MP} + U_{R_0}} = \frac{150}{70 + 126} \approx 0,77 \text{ (A)}$$

* $R = \dfrac{U_R}{I} = \dfrac{U_{MP}}{I} = \dfrac{70}{0,77} \approx 91\ (\Omega)$

* $R_0 = \dfrac{U_{R_0}}{I} = \dfrac{126}{0,77} \approx 164\ (\Omega)$; $Z_{cd} = \dfrac{U_{PN}}{I} = \dfrac{150}{0,77} \approx 195\ (\Omega)$

* $Z_L = \sqrt{Z_{cd}^2 - R_0^2} = \sqrt{195^2 - 164^2} \approx 105\ (\Omega)$.

Chủ đề 2

ĐOẠN MẠCH R, C NỐI TIẾP

1. *Dùng được các công thức tổng quát của mạch R, L, C nối tiếp; với chú ý rằng mạch không có L nghĩa là coi mạch có cuộn dây thuần cảm với L = 0; $Z_L = 0$ (cuộn dây như là 1 dây dẫn không có cảm kháng).*
2. *Vậy trong các công thức tổng quát chỉ cần cho $Z_L = 0$.*
3. *Mạch luôn có tính dung kháng (u chậm pha hơn i).*

6 Cho mạch R, C nối tiếp có $u = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V). Với $C = \frac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F) và R biến thiên.

1. Tìm R để P = 100(W).
2. Tìm R_0 để P_{max}. Tìm P_{max}.
3. Vẽ đường biểu diễn hàm số P(R).

Giải

1.* $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{100\pi.\frac{1}{\pi}.10^{-4}} = 100(\Omega)$

* $P = I^2R = \dfrac{U^2R}{R^2 + Z_C^2} \rightarrow 100 = \dfrac{(200)^2.R}{R^2 + (100)^2}$

$\rightarrow R^2 - 400R + (100)^2 = 0$ (1)

* (1) có nghiệm : $R = 200 \pm \sqrt{(200)^2 - (100)^2} = 200 \pm 100\sqrt{3} \approx \left[\begin{array}{l} 373(\Omega) \\ 27(\Omega) \end{array}\right.$.

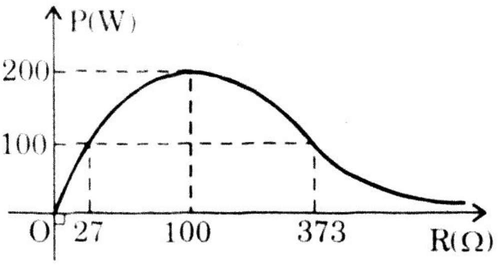
2.* $P = I^2R = \dfrac{U^2R}{R^2 + Z_C^2} = \dfrac{U^2}{R + \dfrac{Z_C^2}{R}} = \dfrac{\text{const}}{a + b} = \dfrac{\text{const}}{y}$.

* Với $a.b = R.\dfrac{Z_C^2}{R} = Z_C^2 = \text{const}$, $y = a + b$ cực tiểu (để P_{max}) khi a = b

$\rightarrow R_0 = \dfrac{Z_C^2}{R_0} \rightarrow R_0 = Z_C = 100(\Omega)$.

* $P_{max} = \dfrac{U^2}{2R_0} = \dfrac{200^2}{2.100} = 200(W)$.

3.* $P = \dfrac{U^2R}{R^2 + Z_C^2}$ với U = const, Z_C = const, R biến thiên.



* $R = 0; P = 0$

$R = 27(\Omega)$ và $R = 373(\Omega)$ thì $P = 100W$

* $R = R_0 = 100(\Omega)$ thì $P = P_{max} = 200W$

* $R \to \infty; P = \dfrac{U^2}{R + \dfrac{Z_C^2}{R}} \to 0$

(vì $\dfrac{Z_C^2}{R} \to 0; R \to \infty$) (Vậy trục OR là đường tiệm cận của hàm số P(R)).

7 Cho mạch xoay chiều R, C_0 nối tiếp có $u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

$C_0 = \dfrac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F); R là 1 đèn điện có ghi 100(V) – 100(W).

1. Hỏi đèn có sáng bình thường không ? Viết biểu thức i(t) qua đèn.

2. Muốn đèn sáng bình thường, ta phải mắc thêm vào mạch một yếu tố gì, ở trạng thái nào ?

Giải

1.* Đèn có dòng định mức I_m và R là :

$$I_m = \frac{P_{dm}}{U_{dm}} = \frac{100}{100} = 1(A) \quad ; \quad R = \frac{U_{dm}}{I_m} = \frac{100}{1} = 100(\Omega)$$

* $$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{\pi}.10^{-4}} = 100(\Omega);$$

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \sqrt{100^2 + 100^2} = 100\sqrt{2}\ (\Omega)$$

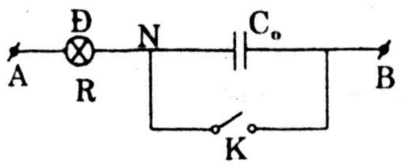
* Dòng thực qua đèn là $I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{100}{100\sqrt{2}} \approx 0{,}71$ (A)

* Vì $I < I_m$ nên đèn tối hơn bình thường.

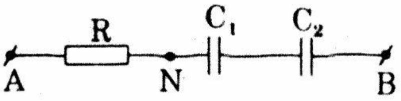
2.* Để đèn sáng bình thường, dòng điện cung cấp $I \equiv I_{dm} = 1(A)$

* Tổng trở của mạch phải là $Z = \dfrac{U}{I} = \dfrac{100}{1} = 100(\Omega) = R$.

* Muốn $Z = R = 100(\Omega)$ ta phải mắc song song với C_0 một dây dẫn ($R = 0$) và 1 ngắt K ở trạng thái K đóng. Khi đó ta đã nối tắt N và B (nối đoản mạch). Dòng không qua C; mạch chỉ còn $R = Z$.



8 Cho mạch xoay chiều như hình. AB có $u = U\sqrt{2}\sin\omega t$ (V)

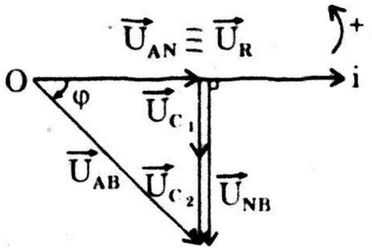


1. Tìm tổng trở toàn mạch.

2. Áp dụng số : $\omega = 100\pi$ (rad/s); $C_1 = \frac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F);

$$C_2 = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}\text{ F};\ R = 100(\Omega).$$

Giải



1.* Vẽ giản đồ vectơ. Chú ý $\overrightarrow{U_{C_1}} \uparrow\uparrow \overrightarrow{U_{C_2}}$

* $\overrightarrow{U}_{AB} = \overrightarrow{U}_R + \overrightarrow{U}_{C_1} + \overrightarrow{U}_{C_2} = \overrightarrow{U}_{AN} + \overrightarrow{U}_{NB}$

$U_{AB} = IZ;\ U_{C_1} = IZ_{C_1};\ U_{C_2} = IZ_{C_2}$

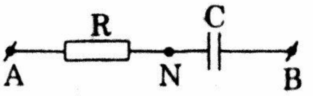
$$U_{NB} = IZ_{NB} = IZ_{C_1} + IZ_{C_2} \quad \rightarrow \quad Z_{NB} = Z_{C_1} + Z_{C_2} \qquad (1)$$

* Gọi C là điện dung tương đương của 2 tụ thì khi thay tụ C_1 nối tiếp với C_2 ta được 1 tụ tương đương có :

$$C = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} \qquad (2)$$

* Theo (1) : $\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C_1} + \frac{1}{\omega C_2} \quad \rightarrow \quad C = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}$ (3)

* So sánh (2) và (3) ta thấy có thể rút gọn mạch đã cho thành R, C nối tiếp và lúc đó :



$Z_{NB} = Z_{C_1} + Z_{C_2}$

và $Z = Z_{AB} = \sqrt{R^2 + Z_{NB}^2} = \sqrt{R^2 + (Z_{C_1} + Z_{C_2})^2}$. (4)

2. *Áp dụng số* :

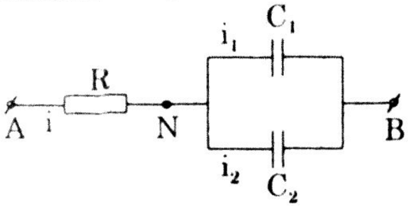
* $Z_{C_1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{\pi}.10^{-4}} = 100(\Omega)$

* $Z_{C_2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{2\pi}.10^{-4}} = 200(\Omega)$

* $Z_{NB} = Z_C = Z_{C_1} + Z_{C_2} = 100 + 200 = 300(\Omega)$

* $Z = Z_{AB} = \sqrt{R^2 + Z_{NB}^2} = \sqrt{100^2 + (300)^2} = 100\sqrt{10} \approx 316(\Omega)$.

9 Cho đoạn mạch xoay chiều như hình vẽ.



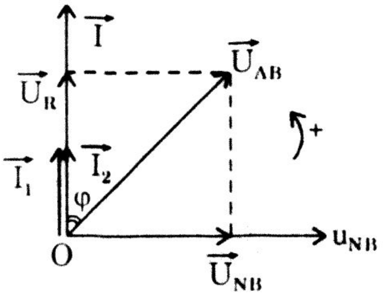
AB có $u = U\sqrt{2}\sin\omega t$ (V).

1. Tìm Z_{NB} và Z_{AB}.

2. Viết biểu thức i(t) qua R, biết : $U = 200$(V); $\omega = 100\pi$ rad/s; $R = 100(\Omega)$; $C_1 = C_2 = \frac{1}{\pi}.10^{-4}$(F).

Giải

1.* Dòng i_1 có $\begin{cases} I_1 = \dfrac{U_{NB}}{Z_{C_1}} \\ i_1 \text{ sớm pha hơn } u_{NB} \text{ 1 góc } \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$



* Dòng i_2 có $\begin{cases} I_2 = \dfrac{U_{NB}}{Z_{C_2}} \\ i_2 \text{ sớm pha hơn } u_{NB} \text{ 1 góc } \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$

* Vậy i_1 và i_2 cùng pha.

Với $i = i_1 + i_2$ thì $I = \dfrac{U_{AB}}{Z_{AB}} = \dfrac{U_{NB}}{Z_{NB}} = \dfrac{U_{NB}}{Z_{C_1}} + \dfrac{U_{NB}}{Z_{C_2}}$

$$\rightarrow \quad \frac{1}{Z_{NB}} = \frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{C_2}} \quad \rightarrow \quad Z_{NB} = \frac{Z_{C_1}.Z_{C_2}}{Z_{C_1} + Z_{C_2}} \qquad (1)$$

* Từ (1) →
$$\frac{1}{\omega C} = \frac{\dfrac{1}{\omega C_1}.\dfrac{1}{\omega C_2}}{\dfrac{1}{\omega C_1} + \dfrac{1}{\omega C_2}} = \frac{1}{\omega(C_1 + C_2)} \quad \rightarrow \quad C = C_1 + C_2 \qquad (2)$$

Vậy có thể rút gọn mạch về dạng R nối tiếp với $C = C_{NB}$, Z_{NB} theo (1).

* Vậy $\quad Z_{AB} = \sqrt{R^2 + Z_{NB}^2}$. (3)

2.* $$Z_{C_1} = \frac{1}{\omega C_1} = Z_{C_2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{100\pi\frac{1}{\pi}.10^{-4}} = 100(\Omega)$$

* $$Z_{NB} = \frac{Z_{C_1}.Z_{C_2}}{Z_{C_1} + Z_{C_2}} = \frac{100.100}{100 + 100} = 50(\Omega)$$

* $$Z_{AB} = \sqrt{R^2 + Z_{NB}^2} = \sqrt{100^2 + 50^2} = 50\sqrt{5}\ (\Omega)$$

* $I = \dfrac{U}{Z_{AB}} = \dfrac{200}{50\sqrt{5}} = 0,8\sqrt{5} \approx 1,79$ (A);

$I_0 = I\sqrt{2} = 1,79\sqrt{2}$ (A)

* $\text{tg}\varphi = -\dfrac{Z_{NB}}{R} = -\dfrac{50}{100} = -0,5 \quad \rightarrow \quad \varphi \approx -0,46$ (rad);

u muộn pha hơn i → $i = 1,79\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0,46)$ (A).

10 Cho mạch xoay chiều R, C nối tiếp có $u = 200\sqrt{2}\sin\omega t$ (V); C thay đổi được. Biết rằng khi $C = C_1 = \dfrac{1}{1,6\pi}.10^{-4}$ (F) thì $I = I_1 = 1$(A)

khi $C = C_2 = \dfrac{1}{0,9\pi}.10^{-4}$ (F) thì $I = I_2 = \dfrac{4}{3}$(A)

1. Tìm R và ω.

2. Viết biểu thức $i_1(t)$ và $i_2(t)$ trong hai trường hợp.

Giải

1.* $Z_1^2 = R^2 + Z_{C_1}^2$, trong đó $Z_1 = \dfrac{U}{I_1} = \dfrac{200}{1} = 200(\Omega)$; $Z_{C_1} = \dfrac{1}{\omega C_1}$

* $Z_2^2 = R^2 + Z_{C_2}^2$, trong đó $Z_2 = \dfrac{U}{I_2} = \dfrac{200}{\dfrac{4}{3}} = 150(\Omega)$; $Z_{C_2} = \dfrac{1}{\omega C_2}$

* Vậy : $Z_1^2 - Z_2^2 = Z_{C_1}^2 - Z_{C_2}^2 = \dfrac{1}{\omega^2 C_1^2} - \dfrac{1}{\omega^2 C_2^2} \rightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{C_2^2 - C_1^2}{C_1^2 C_2^2 (Z_1^2 - Z_2^2)}}$ (1)

* Thay số vào (1) ta có : ω = 100π (rad/s)

* $Z_{C_1} = \dfrac{1}{\omega C_1} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{1}{1,6\pi}.10^{-4}} = 160$ (Ω);

$Z_{C_2} = \dfrac{1}{\omega C_2} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{1}{0,9\pi}.10^{-4}} = 90$ (Ω)

* $R = \sqrt{Z_1^2 - Z_{C_1}^2} = \sqrt{200^2 - 160^2} = 120$ (Ω).

2.a) *Khi $C = C_1$*

* $I_{01} = I_1\sqrt{2} = \sqrt{2}$ (A)

⁎ $tg\varphi_1 = -\dfrac{Z_{C_1}}{R} = -\dfrac{160}{120} = -\dfrac{4}{3} \quad \rightarrow \quad \varphi_1 \approx -0{,}93 \text{ (rad)}$

u muộn pha hơn i_1 nên : $i_1 = \sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}93)$ (A).

b) *Khi $C = C_2$*

⁎ $I_{02} = I_2\sqrt{2} = \dfrac{4}{3}\sqrt{2}$ (A)

⁎ $tg\varphi_2 = -\dfrac{Z_{C_2}}{R} = -\dfrac{90}{120} = -\dfrac{3}{4} \approx -0{,}64 \text{ (rad)}$

u muộn pha hơn i nên : $i_2 = \dfrac{4}{3}\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}64)$ (A).

Chủ đề 3

ĐOẠN MẠCH L, C NỐI TIẾP

⁎ *Coi $R = 0$.*

⁎ *Dùng các công thức của mạch nối tiếp R, L, C nhưng $R = 0$.*

11 Cho mạch xoay chiều L, C nối tiếp có $u = 150\sqrt{2}\sin\omega t$ (V) với ω thay đổi được; $L = \dfrac{5}{\pi}$ (H) ; $C = \dfrac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F).

1. Viết biểu thức i(t) qua mạch khi $\omega = \omega_0 = 100\pi$ (rad/s).

2. Tụ có hiệu điện thế giới hạn $U_{C\max} = 300$ (V) với $\omega = \omega_0$. Tìm các tần số góc ω khác ứng với $U_{C\max}$.

Giải

1. ⁎ $Z_L = \omega_0 L = 100\pi.\dfrac{5}{\pi} = 500(\Omega)$; $\quad Z_C = \dfrac{1}{\omega_0 C} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{1}{\pi}.10^{-4}} = 100(\Omega)$

⁎ $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{(Z_L - Z_C)^2}$

$\rightarrow \; Z = |Z_L - Z_C| = |500 - 100| = 400(\Omega)$

⁎ $I_0 = \dfrac{U_0}{Z} = \dfrac{150\sqrt{2}}{400} = 0{,}375\sqrt{2}$ (A); $\overrightarrow{U_L} \uparrow\downarrow \overrightarrow{U_C}$; $\quad \omega_0 = 100\pi$ rad/s

⁎ $Z_L > Z_C$ mạch có tính cảm kháng; u sớm pha hơn i một góc $\dfrac{\pi}{2}$ nên :

$i = 0{,}375\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{2}\right)$ (A).

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRUNG TÂM THÔNG TIN THƯ VIỆN
LC/1524

2.* Với $\omega = \omega_0$ thì $Z_C = Z_{C_0} = 100(\Omega)$ và $U_{C\max} = I_{\max}.Z_{C_0}$

$$\rightarrow \quad I_{\max} = \frac{U_{C\max}}{Z_{C_0}} = \frac{300}{100} = 3(A)$$

* Với ω khác : $Z = \left|\omega L - \frac{1}{\omega C}\right| = \frac{U}{I}$. Tụ bị đánh thủng nếu $I \geq I_{\max}$

* Vậy $\left|\omega L - \frac{1}{\omega C}\right| = \frac{U}{I_{\max}} = \frac{150}{3} = 50(\Omega) \rightarrow \quad \omega L - \frac{1}{\omega C} = \pm 50$

$$\rightarrow \quad \omega^2 LC - 1 = \pm 50\omega C$$

* Thay số ta có : $5\omega^2 \pm 50\pi\omega - \pi^2.10^4 = 0$ hay $\omega^2 \pm 10\pi\omega - 2000\pi^2 = 0$

$$\rightarrow \quad \omega = \pm 5\pi \pm 45\pi = \begin{cases} 50\pi \text{ (rad/s) và } -40\pi \text{ (rad/s) (loại)} \\ -50\pi \text{ (rad/s) (loại) và } 40\pi \text{ (rad/s)} \end{cases}$$

* Vậy khi $\omega_1 = 50\pi$ (rad/s) và $\omega_2 = 40\pi$ (rad/s) thì $U_{C\max}$.

12 Cho mạch xoay chiều L, C nối tiếp có $u = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

Biết $C = \frac{1}{0{,}8\pi}.10^{-4}$(F) và qua mạch có I = 2(A).

1. Tìm L. **2.** Viết i(t); Tìm P. **3.** Viết $u_L(t)$; $u_C(t)$.

Giải

1.* $Z = \frac{U}{I} = \frac{200}{2} = 100(\Omega)$; $\quad Z_C = \frac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{100\pi.\frac{1}{0{,}8\pi}.10^{-4}} = 80(\Omega)$

* Với R = 0 thì $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{(Z_L - Z_C)^2} \rightarrow Z = \pm(Z_L - Z_C)$

* Nếu $Z = Z_L - Z_C \quad \rightarrow \quad Z_L = Z + Z_C = 100 + 80 = 180\Omega$;

$$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{180}{100\pi} = \frac{1{,}8}{\pi}(H)$$

* Nếu $Z = -(Z_L - Z_C) \rightarrow \quad Z_L = Z_C - Z = 80 - 100 = -20(\Omega)$ (loại).

2.* $I_0 = I\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ (A); $Z_L = 180(\Omega) > Z_C = 80(\Omega) \rightarrow$ mạch có tính cảm kháng nên u sớm pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$.

Vậy : $i = 2\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (A)

* Vì $P = I^2R$ với R = 0 nên P = 0. Cuộn dây thuần cảm và tụ điện không tiêu thụ năng lượng của mạch xoay chiều.

3.* $U_{0L} = I_0Z_L = 2\sqrt{2}.180 = 360\sqrt{2}$ (V); u_L sớm pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$ nên :

$$u_L = 360\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = 360\sqrt{2}\sin 100\pi t\ \text{(V)}$$

u_L cùng pha với u.

* $U_{0C} = I_0Z_C = 2\sqrt{2}.80 = 160\sqrt{2}$ (V); u_C muộn pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$ nên :

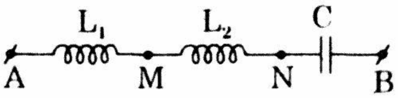
$$u_C = 160\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right) = 160\sqrt{2}\sin(100\pi t - \pi)\ \text{(V)}$$

13 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

AB có $u = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V); $L_1 = \frac{1}{\pi}$ (H) ; $L_2 = \frac{2}{\pi}$ (H) ; $C = \frac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F)

1. Viết biểu thức i(t).

2. Viết biểu thức $u_{AN}(t)$ và $u_{MB}(t)$; $u_{NB}(t)$.

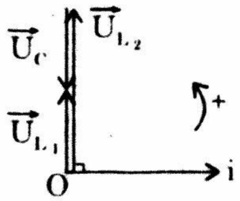


Giải

1.* $Z_{L_1} = \omega L_1 = 100\pi.\frac{1}{\pi} = 100(\Omega)$; $Z_{L_2} = \omega L_2 = 100\pi.\frac{2}{\pi} = 200(\Omega)$

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{\pi}.10^{-4}} = 100(\Omega).$$

* **Vẽ giản đồ vectơ**



$$U_{L_1} = 100I = U_C = \frac{U_{L_2}}{2} = \frac{200I}{2}$$

* **Từ giản đồ :** $\overrightarrow{U_{AB}} = \overrightarrow{U_{L_1}} + \overrightarrow{U_{L_2}} + \overrightarrow{U_C}$ **với** $\overrightarrow{U_{L_1}} \uparrow\uparrow \overrightarrow{U_{L_2}}$; $\overrightarrow{U_{L_1}} \uparrow\downarrow U_C$

nên $U_{AB} = U_{L_1} + U_{L_2} - U_C$ **hay** $IZ_{AB} = IZ_{L_1} + IZ_{L_2} - IZ_C$

$\rightarrow$ $Z_{AB} = Z_{L_1} + Z_{L_2} - Z_C = 100 + 200 - 100 = 200(\Omega)$

* $I_0 = \frac{U_{0AB}}{Z} = \frac{200\sqrt{2}}{200} = \sqrt{2}$ **(A) và u sớm pha hơn i một góc** $\frac{\pi}{2}$.

Vậy : $i = \sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ **(A).**

2. * $Z_{AN} = Z_{L_1} + Z_{L_2} = 100 + 200 = 300(\Omega)$;

$U_{0AN} = I_0 Z_{AN} = 300\sqrt{2}\ (V)$ với u_{AN} sớm pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$.

Vậy : $u_{AN} = 300\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = 300\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$

u_{AN} cùng pha với u_{AB}.

* $Z_{MB} = \left|Z_{L_2} - Z_C\right| = |200 - 100| = 100(\Omega)$; $U_{0MB} = I_0 Z_{MB} = 100\sqrt{2}\ (V)$.

u_{MB} sớm pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$ (vì $Z_{L_2} > Z_C$, mạch có tính cảm kháng) nên :

$$u_{MB} = 100\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t)\ (V).$$

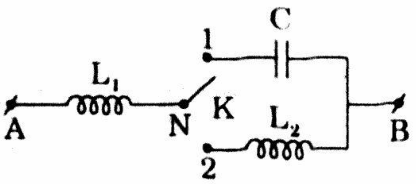
u_{MB} cùng pha với u_{AB}.

$U_{0NB} = I_0 Z_C = 100\sqrt{2}\ (V)$; u_{NB} muộn pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$ nên :

$$u_{NB} = 100\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right) = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t - \pi)\ (V)$$

u_{NB} ngược pha với u_{AB}.

14 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$u_{AB} = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$

$L_1 = \frac{2}{\pi}(H)$; $C = \frac{1}{5\pi}.10^{-4}(F)$

Khi K đóng sang chốt 1 hay 2, cường độ hiệu dụng qua L_1 như nhau.

1. Tìm L_2 ?

2. Viết biểu thức i(t) qua L_1 trong hai trường hợp ? Tìm cosφ ?

Giải

1. * $Z_{L_1} = \omega L_1 = 100\pi.\frac{2}{\pi} = 200(\Omega)$; $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{5\pi}.10^{-4}} = 500\ (\Omega)$

* K ≡ 1 : mạch L_1, C nối tiếp có I_1

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2} = \sqrt{(Z_{L_1} - Z_C)^2} = \left|Z_{L_1} - Z_C\right| = 300\ (\Omega)$$

* K ≡ 2 : mạch gồm L_1, L_2 nối tiếp có I_2

$$Z_2 = Z_{L_1} + Z_{L_2}$$

* Do U như nhau; $I_1 = I_2$ nên $Z_1 = Z_2 \rightarrow Z_{L_2} = Z_2 - Z_{L_1}$

$$Z_{L_2} = Z_1 - Z_{L_1} = 300 - 200 = 100(\Omega); \quad L_2 = \frac{Z_{L_2}}{\omega} = \frac{100}{100\pi} = \frac{1}{\pi}(H).$$

2. * Cả 2 trường hợp đều có I như nhau nên I_0 như nhau.

$$I_0 = I_1\sqrt{2} = I_2\sqrt{2} = I_{01} = I_{02}$$

$$I_0 = I_{01} = I_{02} = \frac{U_0}{Z_1} = \frac{100\sqrt{2}}{300} = \frac{1}{3}\sqrt{2}\ (A)$$

* K ≡ 1 : $Z_C > Z_{L_1}$ mạch có tính dung kháng; u_{AB} muộn pha hơn $i_1 \rightarrow i_1$ sớm pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{2} = \varphi_1$

$$i_1 = \frac{1}{3}\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)(A) \quad \text{và} \quad \cos\varphi_1 = \cos\frac{\pi}{2} = 0.$$

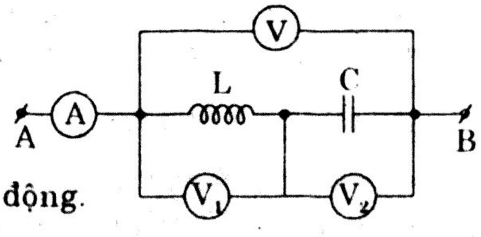
* K ≡ 2 : mạch có L_1 nối tiếp L_2 và có tính cảm kháng, u_{AB} sớm pha hơn i_2 nên i_2 muộn pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{2} = \varphi_2$

$$i_2 = \frac{1}{3}\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)(A) \quad \text{và} \quad \cos\varphi_2 = \cos\frac{\pi}{2} = 0$$

i_2 ngược pha với i_1.

15 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ. Các dụng cụ đo là lý tưởng.

Vôn kế V chỉ 20(V); vôn kế V_1 chỉ 20(V); vôn kế V_2 chỉ 40(V); ampe kế chỉ 1(A); $\omega = 100\pi$ (rad/s).



1. Chứng tỏ cuộn dây không có điện trở hoạt động.

2. Tìm L, C.

3. Tìm góc lệch pha giữa u và i toàn mạch.

Giải

1. * Giả sử cuộn dây không có điện trở hoạt động thì $U_{AB} = 20(V)$ và:

$$u_L \text{ có } \begin{cases} U_L = 20(V) \\ \widehat{\overrightarrow{U_L}, \overrightarrow{I}} = +\frac{\pi}{2} \end{cases} \qquad u_C \text{ có } \begin{cases} U_C = 40(V) \\ \widehat{\overrightarrow{U_C}, \overrightarrow{I}} = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

* $\overrightarrow{U'_{AB}} = \overrightarrow{U_L} + \overrightarrow{U_C} \rightarrow U'_{AB} = |U_L - U_C| = |20 - 40| = 20(V)$

$U'_{AB} = 20(V) \equiv U_{AB} = 20(V)$. Vậy quả là cuộn dây không có điện trở hoạt động.

2. * $Z_L = \dfrac{U_L}{I} = \dfrac{20}{1} = 20(\Omega) \rightarrow L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{20}{100\pi} \approx 0{,}06\ (H)$

* $Z_C = \dfrac{U_C}{I} = \dfrac{40}{1} = 40(\Omega) \rightarrow C = \dfrac{1}{\omega Z_C} = \dfrac{1}{100\pi.40} = \dfrac{1}{4\pi}.10^{-3}(F)$

hay $C \approx 79{,}6.10^{-6}(F) = 79{,}6(\mu F)$.

3. * Vì $Z_C > Z_L$ nên mạch có tính dung kháng

* Vậy u_{AB} muộn pha hơn i một góc $\dfrac{\pi}{2}$.

Chủ đề 4

CÁCH VIẾT BIỂU THỨC DÒNG ĐIỆN, HIỆU ĐIỆN THẾ

* *Sử dụng công thức đã có ở sách giáo khoa cho mạch R, L, C nối tiếp với chú ý chọn i là trục gốc.*

* *Khó nhất là φ : Vẫn dùng công thức $tg\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{R}$ cho mỗi trường hợp với chú ý đoạn mạch thiếu yếu tố nào thì bỏ đại lượng liên quan đến chúng ở các công thức (không có R thì coi R = 0 hoặc $R \rightarrow 0$, không có tụ thì coi $C \rightarrow \infty$ và $Z_C = 0$; không có cuộn cảm thì coi L = 0, và $Z_L = 0$)).*

Nếu $\varphi > 0$; u sớm pha hơn i. Nếu mạch cho $i = I_0 \sin\omega t$ thì $u = U_0\sin(\omega t + \varphi)$ tức là lấy pha của i cộng thêm lượng sớm pha $|\varphi|$. Nếu cho $u = U_0\sin(\omega t)$ thì $i = I_0\sin(\omega t - \varphi)$ nghĩa là lấy pha của u trừ đi lượng muộn pha $|\varphi|$.

Nếu $\varphi < 0$ tương tự.

* *Luôn nhớ rằng viết 1 biểu thức nào đó về pha của nó luôn phải so với pha của đại lượng đã cho ở đề bài.*

16 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

Biết $u_{AE} = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$; $L = \dfrac{1}{\pi}(H)$; $C = \dfrac{1}{2\pi}.10^{-4}(F)$; $R_a = 0$; $R_V = \infty$.

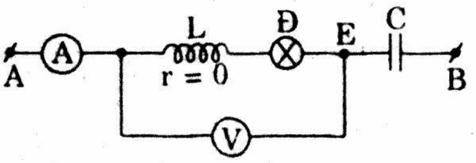
Đèn Đ có ghi : 100V – 100W

a) Tìm số chỉ của Ⓐ, Ⓥ

b) Viết i(t) toàn mạch.

c) Tìm $u_{AB}(t)$ toàn mạch.

d) Viết $u_C(t)$ của tụ.



Giải

a)* Đèn có $R = \dfrac{U_{dm}^2}{P_{dm}} = \dfrac{100^2}{100} = 100(\Omega)$ (coi là điện trở thuần).

* $Z_L = \omega L = 100\pi.\dfrac{1}{\pi} = 100(\Omega)$; $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{1}{2\pi}.10^{-4}} = 200(\Omega)$

* $Z_{AE} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{100^2 + 100^2} = 100\sqrt{2}\,(\Omega)$.

* $I = \dfrac{U_{AE}}{Z_{AE}} = \dfrac{200}{100\sqrt{2}} = \sqrt{2}\,(A)$ → Ⓐ chỉ $I = \sqrt{2}\,(A)$

* Ⓥ chỉ $U_{AE} = 200(V)$.

b)* $I_0 = I\sqrt{2} = \sqrt{2}.\sqrt{2} = 2(A)$.

* $tg\varphi_{AE} = \dfrac{Z_L}{R} = \dfrac{100}{100} = 1 \rightarrow \varphi_{AE} = +\dfrac{\pi}{4}$ → u_{AE} sớm pha hơn i một góc $\dfrac{\pi}{4}$ hay i muộn pha hơn u_{AE} một góc $\dfrac{\pi}{4}$. Vậy để có pha của i ta lấy pha của u trừ lượng muộn pha $\dfrac{\pi}{4}$.

$$i = 2\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)(A).$$

c)* Toàn mạch có :

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{100^2 + (100 - 200)^2} = 100\sqrt{2}\,(\Omega).$$

* $I_0 = 2A$ nên U_0 toàn mạch là : $U_0 = I_0 Z = 2.100\sqrt{2} = 200\sqrt{2}\,(V)$.

* $tg\varphi_{AB} = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} = \dfrac{100 - 200}{100} = -1 \rightarrow \varphi_{AB} = -\dfrac{\pi}{4}$

→ u_{AB} muộn pha hơn i.

$$u_{AB} = 200\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) = 200\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)(V).$$

d)* $U_{0C} = I_0 Z_C = 2.200 = 400(V)$

* Đã biết u_C muộn pha hơn i một góc $\dfrac{\pi}{2}$ nên :

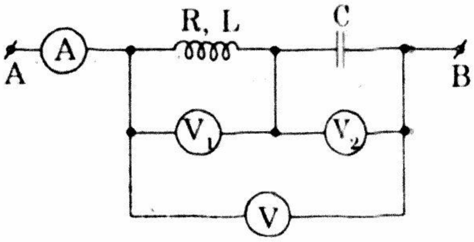
$$u_C = 400\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) = 400\sin\left(100\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)(V).$$

17 Cho mạch xoay chiều.

$R = 170\Omega$; $L = 1{,}15H$; $R_a = 0$; $R_V = \infty$.

AB có $u = 170\sin 100\pi t$ (V)

$\textcircled{V_2}$ chỉ 265V; Ⓐ chỉ 0,5A



a) Tìm số chỉ của Ⓥ và $\textcircled{V_1}$?

b) Viết $i(t)$, $u_{cd}(t)$, $u_C(t)$.

c) Thay C bằng C' khác nhỏ hơn thì số chỉ của Ⓐ thay đổi thế nào?

Giải

a) * $Z_L = \omega L = 100\pi.1{,}15 \approx 361(\Omega)$

* $Z_C = \dfrac{U_C}{I} = \dfrac{265}{0{,}5} = 530(\Omega)$

* Ⓥ chỉ U toàn mạch; $U = \dfrac{U_0}{\sqrt{2}} = \dfrac{170}{\sqrt{2}} \approx 120V$.

* $Z_{cd} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{170^2 + 361^2} \approx 400(\Omega)$

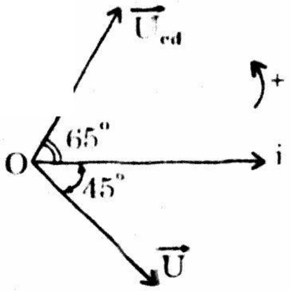
* $U_{cd} = IZ_{cd} = 0{,}5.400 = 200(V) \rightarrow$ $\textcircled{V_1}$ chỉ 200(V).

b) * $I_0 = I\sqrt{2} = 0{,}5\sqrt{2}$ (A).

* $tg\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} = \dfrac{361 - 530}{170} \approx -1 \rightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{4}$

→ u toàn mạch muộn pha hơn i → i sớm pha hơn u một góc $\dfrac{\pi}{4}$.

$$i = 0{,}5\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (A)}.$$



* $U_{0cd} = I_0 Z_{cd} = 0{,}5\sqrt{2}.400 = 200\sqrt{2}$ (V).

* $tg\varphi_{cd} = \dfrac{Z_L}{R} = \dfrac{361}{170} \approx 2{,}1235 \rightarrow \varphi \approx 65°$

→ u_{cd} **sớm pha hơn i một góc 65°**

→ u_{cd} **sớm pha hơn u một góc** $65 + 45 = 110° = \dfrac{110\pi}{180}$ **(rad)**

* $u_{cd} = 200\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \dfrac{110\pi}{180}\right)$ (V)

* $U_{0C} = I_0 Z_C = 0{,}5\sqrt{2}.530 = 265\sqrt{2}$ (V)

* Đã biết u_C muộn pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$ nên :

$$u_C = 265\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) = 265\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)\ (V)$$

c) * Xuất phát từ $Z_C = 530(\Omega) > Z_L = 361(\Omega)$.

* Khi thay C' bé hơn cho C thì Z_C tăng với $Z_L = const$ và $(Z_L - Z_C)^2$ tăng nên $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ tăng (với R = const).

* $I = \frac{U}{Z}$ với U = const, Z tăng nên I giảm. Vậy số chỉ của Ⓐ sẽ giảm.

18 Đặt vào hai đầu cuộn dây thuần cảm có $L = \frac{0,6}{\pi}(H)$ một hiệu điện thế xoay chiều.

* Khi $t = t_1$ ta có $u_1 = 60\sqrt{6}\ (V)$ và $i_1 = \sqrt{2}\ (A)$
* Khi $t = t_2$ ta có $u_2 = 60\sqrt{2}\ (V)$ và $i_2 = \sqrt{6}\ (A)$
* Khi $t = 0$ ta có $u = 0$.

Hãy viết biểu thức u(t) giữa 2 đầu cuộn dây.

Giải

* Vì $t = 0;\ u = 0$ nên $u(t) = U_0\sin\omega t$ (1)

* Vì cuộn dây thuần cảm nên u(t) sớm pha hơn i hay i muộn pha hơn u một góc $\frac{\pi}{2}$.

Vậy : $i = I_0\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -I_0\cos\omega t$ (2)

* Lúc $t = t_1$ thì $u_1 = U_0\sin\omega t_1 \rightarrow \sin^2\omega t_1 = \frac{u_1^2}{U_0^2}$ (3)

và $i_1 = I_0\sin\left(\omega t_1 - \frac{\pi}{2}\right) = I_0\left[\sin\omega t_1.\cos\frac{\pi}{2} - \cos\omega t_1.\sin\frac{\pi}{2}\right]$

$i_1 = -I_0\cos\omega t_1 \rightarrow \cos^2\omega t_1 = \frac{i_1^2}{I_0^2}$ (4)

* (3) và (4) cho ta : $1 = \frac{u_1^2}{U_0^2} + \frac{i_1^2}{I_0^2}$ (5)

* Tương tự khi $t = t_2$ thì :

$$u_2 = U_0 \sin\omega t_2 \quad \rightarrow \quad \sin^2 \omega t_2 = \frac{u_2^2}{U_0^2} \qquad (6)$$

$$i_2 = I_0 \sin\left(\omega t_2 - \frac{\pi}{2}\right) = -I_0 \cos\omega t_2 \rightarrow \cos^2 \omega t_2 = \frac{i_2^2}{I_0^2} \qquad (7)$$

* (6) và (7) cho ta : $1 = \dfrac{u_2^2}{U_0^2} + \dfrac{i_2^2}{I_0^2}$ (8)

* Giải (5) và (8) và thay số :

$$U_0 = \sqrt{\frac{i_2^2 u_1^2 - i_1^2 u_2^2}{i_2^2 - i_1^2}} = 120\sqrt{2}\ (V); \qquad I_0 = \frac{U_0 i_1}{\sqrt{U_0^2 - u_1^2}} = 2\sqrt{2}\ (A)$$

* $$Z_L = \frac{U_0}{I_0} = \frac{120\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 60\Omega,$$

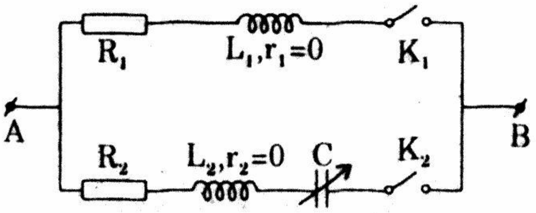
$$Z_L = \omega L \rightarrow \quad \frac{Z_L}{L} = \omega = \frac{60}{0{,}6/\pi} = 100\pi\ (rad/s)$$

* Vậy : $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V); $\quad i = 2\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{2}\right)$ (A).

19 Cho mạch xoay chiều. AB có : $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

$R_1 = 60\Omega$; $L_1 = \dfrac{0{,}6\sqrt{3}}{\pi}$ H

$R_2 = 173{,}2\Omega$; $L_2 = \dfrac{1}{\pi}$H.



* Khi K_1 đóng, K_2 ngắt. Tìm $i_1(t)$ qua mạch và công suất tiêu thụ P_1 toàn mạch.

* Khi K_1 ngắt, K_2 đóng. Biết dòng qua mạch i_2 lệch pha so với dòng i_1 một góc $\dfrac{\pi}{2}$. Tìm C và viết biểu thức $i_2(t)$.

Giải

1. *K_2 ngắt, K_1 đóng* : dòng chỉ qua đoạn mạch trên.

* $$Z_{L_1} = \omega L_1 = 100\pi.\frac{0{,}6\sqrt{3}}{\pi} = 60\sqrt{3}\ (\Omega)$$

* $$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + Z_{L_1}^2} = \sqrt{60^2 + (60\sqrt{3})^2} = 120(\Omega)$$

* $$I_{01} = \frac{U_0}{Z_1} = \frac{120\sqrt{2}}{120} = \sqrt{2}\ ; \qquad I_1 = \frac{I_{01}}{\sqrt{2}} = 1A$$

$$\mathrm{tg}\varphi_1 = \frac{Z_{L_1}}{R_1} = \frac{60\sqrt{3}}{60} = \sqrt{3} \quad \rightarrow \quad \varphi_1 = \frac{\pi}{3};$$

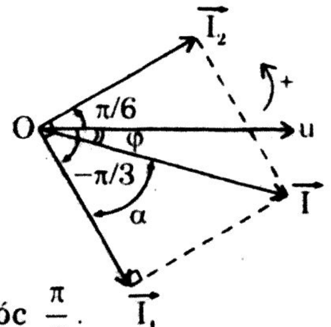
u sớm pha hơn i_1 → i_1 trễ pha hơn u một góc $\frac{\pi}{3}$.

Vậy : $i_1(t) = \sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)(A)$

* $P_1 = I_1^2 R = 1^2.60 = 60(W)$.

2. *K_1 ngắt, K_2 đóng* : Dòng chỉ qua đoạn mạch dưới.

* Vẽ giản đồ lệch pha theo bài ra (chỉ có trường hợp i_2 sớm pha hơn i_1, không có trường hợp ngược lại vì i_1 và i_2 chỉ có thể ở góc 1, 4 của hệ tọa độ Đềcác).



* Từ giản đồ véc tơ ta có : u muộn pha hơn i_2 một góc $\frac{\pi}{6}$.

Với $Z_{L_2} = \omega L_2 = 100\pi.\frac{1}{\pi} = 100(\Omega)$; $R_2 = 173,2(\Omega) = 100\sqrt{3}\,(\Omega)$ thì :

$$\mathrm{tg}\varphi_2 = \mathrm{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{Z_{L_2} - Z_C}{R_2} \quad \rightarrow \quad Z_C = Z_{L_2} + \frac{R_2}{\sqrt{3}}$$

$$Z_C = 100 + \frac{100\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 200\Omega; \quad C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.200} = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}(F)$$

* $$\cos\varphi_2 = \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{R_2}{Z_2} \rightarrow Z_2 = \frac{2R_2}{\sqrt{3}} = 2.\frac{100\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 200\Omega$$

$$I_0 = \frac{U_0}{Z_2} = \frac{120\sqrt{2}}{200} = 0,6\sqrt{2}\ (A)$$

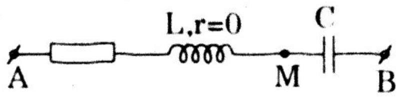
* Với i_2 sớm pha hơn u một góc $\frac{\pi}{6}$ ta có : $i_2 = 0,6\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (A).

3. *Mở rộng* : Nếu K_1 và K_2 đều đóng; ta có $\overrightarrow{I_0} = \overrightarrow{I_{10}} + \overrightarrow{I_{20}}$; I_0 của mạch chính : $I_0 = \sqrt{I_{01}^2 + I_{02}^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (0,6\sqrt{2})^2} \approx 1,65\ (A)$

$$|\mathrm{tg}\alpha| = \frac{I_{20}}{I_{10}} = \frac{0,6\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 0,6 \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} \rightarrow |\varphi| = \frac{\pi}{6}$$ và i muộn pha hơn u.

Vậy : $i = 1,65\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (A).

20 Cho mạch xoay chiều.

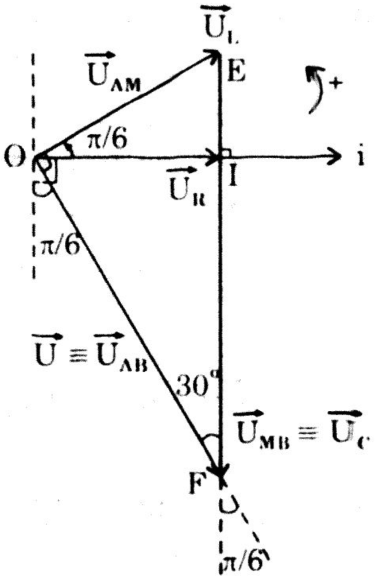


AB có : $u = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t)$ (V)

Toàn mạch có $I = 0{,}5$(A).

Biết u_{AM} sớm pha hơn i một giá trị $\frac{\pi}{6}$ (rad); u_{MB} trễ pha hơn u_{AB} một giá trị $\frac{\pi}{6}$ (rad). Tìm R, C ? Viết biểu thức của $u_{AM}(t)$.

Giải


$\vec{U}_L$
E
$\vec{U}_{AM}$
+
π/6
O
I
i
$\vec{U}_R$
π/6
$\vec{U} \equiv \vec{U}_{AB}$
30°
$\vec{U}_{MB} \equiv \vec{U}_C$
F
π/6

* Vẽ giản đồ vectơ với pha theo bài ra.

* Từ giản đồ ta có : $\widehat{OFI} = 30^\circ$; $\widehat{IOF} = 60^\circ$

nên $\overrightarrow{U}_{AM} \perp \overrightarrow{U}_{AB}$

* $\Delta OEF \rightarrow \quad U_{AM} = \frac{1}{2}U_{MB}$ và $U_{MB}^2 = U_{AM}^2 + U_{AB}^2$

$$\rightarrow \quad U_{MB}^2 = \frac{1}{4}U_{MB}^2 + U_{AB}^2$$

$$\rightarrow \quad U_{MB} = \frac{2}{\sqrt{3}}U_{AB} = \frac{2}{\sqrt{3}}100 = \frac{200}{\sqrt{3}}(\text{V})$$

$$U_{AM} = \frac{1}{2}U_{MB} = \frac{100}{\sqrt{3}}(\text{V})$$

* $U_{MB} = IZ_C \quad \rightarrow \quad Z_C = \frac{U_{MB}}{I} = \frac{200}{\sqrt{3}.0{,}5} = \frac{400}{\sqrt{3}}(\Omega)$

$$\rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.\frac{400}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}.10^{-4}(\text{F})$$

* $\Delta OEI \quad \rightarrow \quad U_L = \frac{1}{2}U_{AM} = \frac{100}{2.\sqrt{3}} = \frac{50}{\sqrt{3}}(\text{V});$

$$U_R = \sqrt{U_{AM}^2 - U_L^2} = \sqrt{\left(\frac{100}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{50}{\sqrt{3}}\right)^2} = 50(\text{V});$$

$$R = \frac{U_R}{I} = \frac{50}{0{,}5} = 100\Omega.$$

* $U_{0AM} = U_{AM}\sqrt{2} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \approx 81{,}65$ (V).

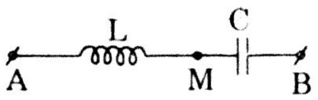
* Từ giản đồ ta có u_{AM} sớm pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$ nên :

$$u_{AM}(t) = 81{,}65\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)(V).$$

21 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ gồm 1 cuộn dây nối tiếp với tụ điện.

AB có : $u = 220\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

Dùng vôn kế nhiệt ($R_V = \infty$) đo được $U_{AM} = 220V$; $U_{MB} = 220\sqrt{2}$ V.



1. Tìm góc lệch pha u và i(t) toàn mạch.
2. Viết biểu thức u_{AM}; u_{MB} theo thời gian t.

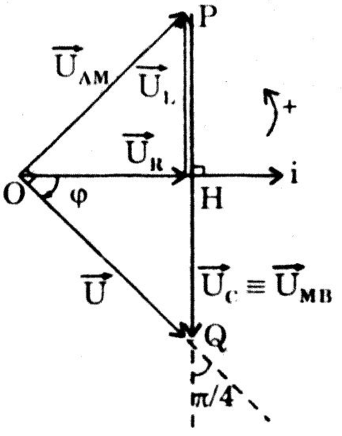
Giải

1.* Giả sử cuộn dây có R = 0 thì : $U'^2_{AB} = (U_L - U_C)^2$

hay $U'_{AB} = |U_L - U_C| = 220(\sqrt{2} - 1) \neq U_{AB} = 220$ (V).

Vậy cuộn dây có điện trở hoạt động.

* Từ giả thiết suy ra $\sqrt{2}.U_{AM} = U_{MB} = U_C = U\sqrt{2}$;
rồi vẽ giản đồ vectơ.



* Vì U = U_{AM} nên ΔOPQ cân.

* Vì $U_C = U_{MB} = \sqrt{2}U = \sqrt{2}U_{AM}$ nên :

$$\Delta OPQ \text{ vuông cân và } |\varphi| = \frac{\pi}{4}.$$

Vậy i sớm pha hơn u một góc $\frac{\pi}{4}$.

2.* $U_{0AM} = U_{AM}\sqrt{2} = 220\sqrt{2}$ (V)

*** Từ giản đồ U_{AM} nhanh pha hơn i một góc $\frac{\pi}{4}$ hay nhanh pha hơn u một góc $\frac{\pi}{2}$ nên $u_{AM} = 220\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (V)**

*** $U_{0MB} = U_{MB}\sqrt{2} = 220\sqrt{2}.\sqrt{2} = 440$ (V)**

*** Từ giản đồ có U_{MB} muộn pha hơn u một góc $\frac{\pi}{4}$ nên :**

$$u_{MB} = 440\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)(V).$$

22 Cho mạch R, L, C nối tiếp, L thay đổi được. Toàn mạch có :

$$u = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t)\ (V)$$

Khi $L = L_1 = \dfrac{1}{\pi}(H)$ và $L = L_2 = \dfrac{3}{\pi}(H)$ thì mạch có cùng công suất $P = 40W$.

1. Tìm R, C. **2.** Viết biểu thức i_1, i_2 ứng với L_1 và L_2.

Giải

1. * Khi $L = L_1$ có I_1; $L = L_2$ có I_2

* $P = I_1^2R = I_2^2R \rightarrow I_1 = I_2$

* Với U = const, $I_1 = I_2 \rightarrow Z_1 = Z_2$

và $R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2 = R^2 + (Z_{L_2} - Z_C)^2 \rightarrow Z_{L_1} - Z_C = \pm(Z_{L_2} - Z_C)$

Với $L_1 \neq L_2$, $Z_{L_1} \neq Z_{L_2}$ nên chỉ chọn :

$$Z_{L_1} - Z_C = -(Z_{L_2} - Z_C) \rightarrow Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2} \qquad (1)$$

* Với $Z_{L_1} = \omega L_1 = 100\pi.\dfrac{1}{\pi} = 100(\Omega)$; $Z_{L_2} = \omega L_2 = 100\pi.\dfrac{3}{\pi} = 300(\Omega)$.

$$\rightarrow Z_C = \frac{100 + 300}{2} = 200(\Omega); \qquad C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.200} = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}\ (F)$$

$$* \text{ Với } P = I_1^2R = \frac{U^2R}{R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2} = 40 = \frac{100^2R}{R^2 + (100 - 200)^2}$$

$$\rightarrow R^2 - 250R + 10000 = 0 \rightarrow R = \begin{cases} 50(\Omega) \\ 200(\Omega) \end{cases}.$$

2.a) ***Khi R = 50(Ω)***

$$* \quad I_1 = I_2 = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2}} = \frac{100}{\sqrt{50^2 + (100 - 200)^2}} \approx 0{,}89\ (A)$$

$$* \text{ Với } Z_{L_1} \text{ thì } \operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{Z_{L_1} - Z_C}{R} = \frac{100 - 200}{50} = -2 \rightarrow \varphi_1 \approx -1{,}11\ (rad)$$

u muộn pha hơn i_1 nên : $i_1 = 0{,}89\sqrt{2}\sin(100\pi t + 1{,}11)\ (A)$

$$* \text{ Với } Z_{L_2} \text{ thì } \operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{Z_{L_2} - Z_C}{R} = \frac{300 - 200}{50} = +2 \rightarrow \varphi_2 = +1{,}11\ (rad)$$

Vậy : $i_2 = 0{,}89\sqrt{2}\sin(100\pi t - 1{,}11)\ (A)$.

b) *Khi R = 200(Ω)*

$$I_1 = I_2 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2}} = \frac{100}{\sqrt{200^2 + (100 - 200)^2}} \approx 0{,}45\ (A)$$

Với Z_{L_1} thì $tg\varphi_3 = \dfrac{Z_{L_1} - Z_C}{R} = \dfrac{100 - 200}{200} = -0{,}5 \rightarrow \varphi_3 = -0{,}46\ (rad)$

$$i_3 = 0{,}45\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}46)\ (A)$$

Với Z_{L_2} thì $tg\varphi_4 = \dfrac{Z_{L_2} - Z_C}{R} = \dfrac{300 - 200}{200} = +0{,}5 \rightarrow \varphi_4 = +0{,}46\ (rad)$

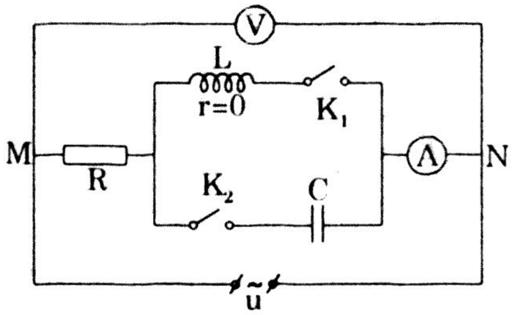
$$i_4 = 0{,}45\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}46)\ (A).$$

23 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ..

Bỏ qua điện trở dây nối, các khóa K, các ampe kế và $R_V = \infty$

$R = 212\Omega$; $C = 15\mu F$

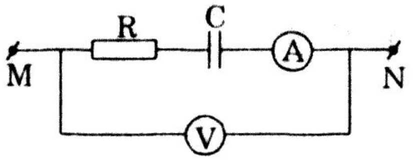
MN có : $u = 240\sin 100\pi t$ (V)



1. K_1 ngắt, K_2 đóng. Tìm i(t) qua R. Tìm số chỉ của ampe kế và vôn kế.
2. K_1 đóng, K_2 ngắt, số chỉ của ampe kế vẫn như câu 1. Tìm L ? Tìm i(t) qua R.
3. Tìm công suất tiêu thụ trong mạch cho hai trường hợp và giải thích kết quả.

Giải

1.* Mạch như hình 1.



(h.1)

* $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{100\pi.15.10^{-6}} \approx 212(\Omega)$

* $Z_1 = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \sqrt{212^2 + 212^2} = 212\sqrt{2}\,(\Omega)$

* $I_1 = \dfrac{U}{Z_1}$; $U = \dfrac{U_0}{\sqrt{2}} = \dfrac{240}{\sqrt{2}} \approx 170\ (V)$ → **Vôn kế chỉ 170 V**

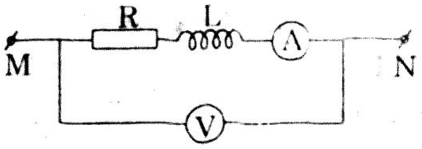
$I_1 = \dfrac{170}{212\sqrt{2}} = \dfrac{240}{\sqrt{2}.212\sqrt{2}} \approx 0{,}57\ (A)$ → **Ampe kế chỉ 0,57 (A)**

* $I_{01} = I_1\sqrt{2} = 0{,}57\sqrt{2}\,(A)$

$tg\varphi_1 = -\dfrac{Z_C}{R} = -\dfrac{212}{212} = -1 \rightarrow \varphi_1 = -\dfrac{\pi}{4}$; **u muộn pha hơn i_1**

$$\rightarrow \quad i_1 = 0{,}57\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\ (A).$$

2.* Mạch như hình 2.



(h.2)

* $I_2 = I_1;\ U = \text{const} \rightarrow Z_2 = Z_1$

$\rightarrow Z_L = Z_C = 212(\Omega)$

và $L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{212}{100\pi} \approx 0{,}67\ (\text{H})$

* $I_{02} = I_2\sqrt{2} = I_1\sqrt{2} = 0{,}57\sqrt{2}\ (\text{A})$

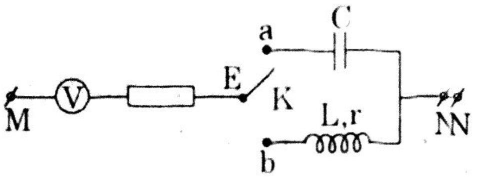
* $\text{tg}\varphi_2 = \dfrac{Z_L}{R} = \dfrac{212}{212} = 1 \rightarrow \varphi_2 = +\dfrac{\pi}{4}$; u sớm pha hơn i nên :

$$i_2 = 0{,}57\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)\ (\text{A}).$$

3.* Vì $I_1 = I_2$ nên $P_1 = P_2 = I_1^2R = (0{,}57)^2.212 = 68{,}9\ (\text{W})$

* $P_1 = P_2$ vì 2 mạch đều có cùng R và cùng I.

24 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



Ampe kế nhiệt có $R_a = 0$

$R = 60\Omega$; $C = 20\mu F$, $r = 10\Omega$

MN có : $u = 170\sin 120\pi t$ (V).

Biết ampe chỉ như nhau khi khóa K chuyển từ a sang b.

1. Tìm L và số chỉ của ampe kế.

2. Viết biểu thức i(t) qua ampe kế và u_{EN} trong mỗi trường hợp.

Giải

1.* $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{120\pi.20.10^{-6}} \approx 132{,}5\ (\Omega)$

* K ở a : $Z_1 = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \sqrt{60^2 + 132{,}5^2} \approx 145{,}5\ (\Omega)$

$I_1 = \dfrac{U}{Z_1} = \dfrac{170}{\sqrt{2}.145{,}5} \approx 0{,}826\ \text{A} \rightarrow$ ampe kế chỉ 0,826 (A

* K ở b : $Z_2 = Z_1 = \sqrt{(R + r)^2 + Z_L^2}$

$\rightarrow Z_L = \sqrt{Z_1^2 - (R + r)^2} = \sqrt{145{,}5^2 - (60 + 10)^2} \approx 127{,}6\ \Omega$

$\rightarrow L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{127{,}6}{120\pi} \approx 0{,}338\ (\text{H}).$

2.* K ở a : + $I_{01} = 0{,}826\sqrt{2}\ (\text{A})$

+ $\text{tg}\varphi_1 = -\dfrac{Z_C}{R} = -\dfrac{132{,}5}{60} \approx -2{,}2083 \rightarrow \varphi_1 \approx -1{,}145\ (\text{rad})$

u muộn pha hơn i_1 nên : $i_1 = 0{,}826\sqrt{2}\sin(120\pi t + 1{,}145)\ (\text{A})$

+ $u_{EN} = u_C$ muộn pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2} \approx 1,571$ (rad) nên :

$U_{0EN} = I_{01}Z_C = 0,826\sqrt{2}.132,5 \approx 155$ (V)

$u_{EN} = 155\sin(120\pi t + 1,145 - 1,571) = 155\sin(120\pi t - 0,426)$ (V)

* K ở b : + $I_1 = I_2 \quad \rightarrow \quad I_{02} = I_{01} = 0,826\sqrt{2}$ (A)

+ $tg\varphi_2 = \frac{Z_L}{R + r} = \frac{127,6}{60 + 10} \approx 1,8229 \quad \rightarrow \quad \varphi_2 \approx 1,069$ (rad)

u sớm pha hơn i_2 nên : $i_2 = 0,826\sqrt{2}\sin(120\pi t - 1,069)$ (A)

+ $tg\varphi_{EN} = \frac{Z_L}{r} = \frac{127,6}{10} = 12,76 \quad \rightarrow \quad \varphi_{EN} \approx 1,492$ (rad)

* Vậy u_{EN} sớm pha hơn i_2.

* $U_{0EN} = I_{02}Z_{EN} = I_{02}\sqrt{Z_L^2 + r^2} = 0,826\sqrt{2}\sqrt{(127,6)^2 + 10^2} \approx 149,5$ (V)

và $u_{EN} = 149,5\sin(120\pi t - 1,069 + 1,492)$ (V)

hay $u_{EN} = 149,5\sin(120\pi t + 0,423)$ (V).

25 Cho mạch xoay chiều nối tiếp gồm điện trở thuần R; cuộn dây thuần cảm $L = \frac{2}{\pi}$ H ; tụ điện $C = \frac{5}{4\pi}.10^{-4}$ F.

Hai đầu mạch có : $u = 150\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V). Biết công suất tiêu thụ toàn mạch là P = 90W.

1. Tìm R.

2. Viết biểu thức i(t) qua mạch.

Giải

1.* $Z_L = \omega L = 100\pi.\frac{2}{\pi} = 200(\Omega)$; $\quad Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{5}{4\pi}.10^{-4}} = 80(\Omega)$

* $I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$; $\quad P = I^2R = \frac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

Thay số : $90 = \frac{150^2R}{R^2 + (200 - 80)^2} \quad \rightarrow \quad R^2 - 250R + 14400 = 0$

$$\rightarrow \quad R = \begin{cases} 160(\Omega) \\ 90(\Omega) \end{cases}.$$

2.* *Với $R_1 = 160(\Omega)$:*

+ $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{160^2 + (200 - 80)^2} = 200(\Omega)$

+ $I_{01} = \dfrac{U_0}{Z_1} = \dfrac{150\sqrt{2}}{200} = 0{,}75\sqrt{2}$ (A)

+ $tg\varphi_1 = \dfrac{Z_L - Z_C}{R_1} = \dfrac{200 - 80}{160} = 0{,}75 \rightarrow \varphi_1 \approx 0{,}643$ (rad)

u sớm pha hơn i_1 nên : $i_1 = 0{,}75\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}643)$ (A).

* *Với $R_2 = 90(\Omega)$:*

+ $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{90^2 + (200 - 80)^2} = 150(\Omega)$

+ $I_{02} = \dfrac{U_0}{Z_2} = \dfrac{150\sqrt{2}}{150} = \sqrt{2}$ (A)

+ $tg\varphi_2 = \dfrac{Z_L - Z_C}{R_2} = \dfrac{200 - 80}{90} \approx 1{,}33 \rightarrow \varphi_2 \approx 0{,}927$ (rad)

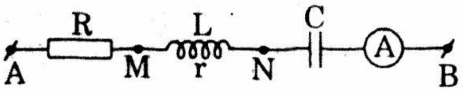
u sớm pha hơn i_2 nên : $i_2 = \sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}927)$ (A).

26 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ. $R = 250\Omega$; $C = \dfrac{2}{3\pi}.10^{-4}$ F. MN có $u_{MN} = 100\sqrt{6}\sin 100\pi t$ (V). Ampe kế chỉ $\sqrt{3}$A , hệ số công suất của cuộn dây là $\dfrac{1}{2}$.

a) Tìm r, L ?

b) Viết biểu thức $u_{AB}(t)$?

c) Tìm P của toàn mạch ?



Giải

a)* $U_{MN} = \dfrac{100\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{3}$ (V); $Z_{cd} = \dfrac{U_{MN}}{I} = \dfrac{100\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 100(\Omega)$

* $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{2}{3\pi}.10^{-4}} = 150\Omega$

* $\cos\varphi_{cd} = \dfrac{1}{2} = \dfrac{r}{Z_{cd}} \rightarrow Z_{cd} = 2r = \sqrt{r^2 + Z_L^2} \rightarrow Z_L = r\sqrt{3}$ (1)

* $r = \dfrac{Z_{cd}}{2} = \dfrac{100}{2} = 50\Omega$ và $Z_L = r\sqrt{3} = 50\sqrt{3}$ (Ω).

b)* $Z = \sqrt{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{(250 + 50)^2 + (50\sqrt{3} - 150)^2} \approx 306{,}6\ \Omega$

* $U_0 = I\sqrt{2}.Z = \sqrt{3}.\sqrt{2}.306{,}6 \approx 751$ (V);

$\cos\varphi_{cd} = \dfrac{1}{2} \rightarrow \varphi_{cd} = \dfrac{\pi}{3}$ (rad)

* $i = I_0 \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ (do u_{MN} sớm pha hơn i)

* $tg\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R + r} = \frac{50\sqrt{3} - 150}{250 + 50} \approx -0{,}2113 \rightarrow \quad \varphi \approx -0{,}21$ (rad)

Vậy u_{AB} muộn pha hơn i

$$u_{AB} = 751 \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3} - 0{,}21\right) = 751 \sin(100\pi t - 1{,}26) \text{ (V).}$$

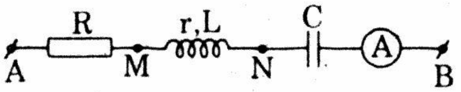
c)* $P = I^2(R + r) = (\sqrt{3})^2(250 + 50) = 900$ (W).

27 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ. $R = 450\Omega$; $L = \frac{3}{\pi}H$; $C = \frac{1}{9\pi}.10^{-4}$ F.

AB có $u = 300\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V). Toàn mạch có u và i lệch pha $\frac{\pi}{4}$.

a) Tìm r ?

b) Viết biểu thức $u_{MN}(t)$?



Giải

a)* $Z_L = \omega L = 100\pi.\frac{3}{\pi} = 300(\Omega)$; $\quad Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{9\pi}.10^{-4}} = 900\ (\Omega)$

* $tg\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R + r}$; $Z_C > Z_L$ nên $\varphi < 0$

$tg\varphi = tg\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1 = \frac{Z_L - Z_C}{R + r} \quad \rightarrow \quad r = (Z_C - Z_L) - R$

$r = 900 - 300 - 450 = 150(\Omega)$.

b)* $\cos\varphi = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{R + r}{Z} \quad \rightarrow \quad Z = \frac{R + r}{\cos\frac{\pi}{4}} = \frac{450 + 150}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 600\sqrt{2}\ (\Omega)$

* $I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{300\sqrt{2}}{600\sqrt{2}} = 0{,}5$ (A)

* Đã có $\varphi = -\frac{\pi}{4}$; u muộn pha hơn i → i sớm pha hơn u :

$$i = I_0 \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (A)}$$

* $Z_{MN} = \sqrt{r^2 + Z_L^2} = \sqrt{150^2 + 300^2} = 150\sqrt{5}\ (\Omega)$

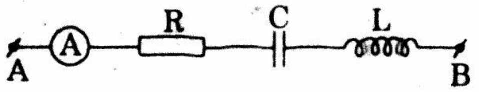
$U_{0MN} = I_0 Z_{MN} = 0{,}5.150\sqrt{5} = 75\sqrt{5} \approx 168$ (V)

$$\text{tg}\varphi_{cd} = \frac{Z_L}{r} = \frac{300}{150} = 2 \quad \rightarrow \quad \varphi_{cd} \approx 1{,}11 \text{ (rad)}$$

→ V_{MN} sớm pha hơn i nên :

$$u_{MN} = 168\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4} + 1{,}11\right) = 168\sin(100\pi t + 1{,}895) \text{ (V)}.$$

$\boxed{\textbf{28}}$ Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



AB có U = 200V

* Khi tần số góc $\omega_1 = 400$ rad/s thì A chỉ $\sqrt{2}$(A) và i trễ pha $\frac{\pi}{4}$ so với u.

* Khi tần số góc $\omega_2 = 200\sqrt{2}$ rad/s thì u và i cùng pha.

1. Tìm R, L, C ?

2. Khi $\omega_1 = 400$ rad/s thì $u = 200\sqrt{2}\sin 400t$. Tìm $u_R(t)$; $u_C(t)$ và $u_L(t)$.

Giải

1.* ω_1; $I = \sqrt{2}$(A) ; $\quad Z_1 = \frac{U}{I} = \frac{200}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{2}\ (\Omega)$

* $$\text{tg}\varphi_1 = \text{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 = \frac{Z_{L_1} - Z_{C_1}}{R} \rightarrow Z_{L_1} - Z_{C_1} = \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = R \qquad (1)$$

* $$\cos\varphi_1 = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{R}{Z_1} \rightarrow R = \frac{\sqrt{2}}{2}Z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}.100\sqrt{2} = 100(\Omega)$$

* $$\omega_2;\ \varphi_2 = 0^o \rightarrow \cos\varphi_2 = \frac{R}{Z_2} = 1 \rightarrow Z_2 = R = 100\ \Omega.$$

Mạch có cộng hưởng ($\varphi_2 = 0^o$) nên :

$$Z_{L_2} = Z_{C_2} \rightarrow \omega_2 L = \frac{1}{\omega_2 C} \rightarrow L = \frac{1}{\omega_2^2 C} \qquad (2)$$

* Giải (1) và (2), ta được :

$$C = \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{R\omega_1\omega_2^2} = \frac{(400)^2 - (200\sqrt{2})^2}{100.400.(200\sqrt{2})^2} = \frac{1}{4}.10^{-4}\text{F} = 25.10^{-6}\text{ F} = 25(\mu\text{F})$$

$$L = \frac{R\omega_1}{\omega_1^2 - \omega_2^2} = \frac{100.400}{(400)^2 - (200\sqrt{2})^2} = 0{,}5 \text{ (H)}.$$

2. *Khi $\omega = \omega_1$*

* $$Z_{L_1} = \omega_1 L = 400.0{,}5 = 200(\Omega); \quad Z_{C_1} = \frac{1}{\omega_1 C} = \frac{1}{400.\frac{1}{4}.10^{-4}} = 100(\Omega)$$

* $Z_1 = 100\sqrt{2}$; $I = \sqrt{2}$(A) và $I_0 = I\sqrt{2} = 2$(A)

$$\text{tg}\varphi_1 = \frac{Z_{L_1} - Z_{C_1}}{R} = \frac{200 - 100}{100} = 1 \quad \rightarrow \quad \varphi_1 = \frac{\pi}{4} \quad \text{(hoặc như đã cho)}$$

* i trễ pha với u một góc $\frac{\pi}{4}$ nên : $i = 2\sin\left(400t - \frac{\pi}{4}\right)(A)$

* u_R cùng pha với i và $U_{0R} = I_0R = 2.100 = 200(V)$ nên :

$$u_R = 200\sin\left(400t - \frac{\pi}{4}\right)(V)$$

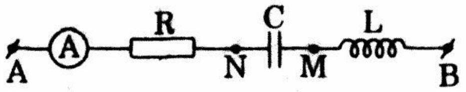
* u_L sớm pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$ và $U_{0L} = I_0Z_{L_1} = 2.200 = 400V$ nên :

$$u_L = 400\sin\left(400t - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right) = 400\sin\left(400t + \frac{\pi}{4}\right)(V)$$

* u_C muộn pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$ và $U_{0C} = I_0Z_C = 2.100 = 200V$ nên :

$$u_C = 200\sin\left(400t - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) = 200\sin\left(400t - \frac{3\pi}{4}\right)(V).$$

29 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$u_{AB} = 100\sqrt{2}\sin100\pi t$ (V)

Biết i chậm pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{4}$ và nhanh pha hơn u_{AM} một góc $\frac{\pi}{4}$.

Cho R = 10Ω. Tìm i(t) và $u_{AM}(t)$; $u_{NB}(t)$?

Giải

* Do i chậm pha hơn u_{AB} nên u_{AB} nhanh pha hơn i

$$\text{tg}\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \text{tg}\left(+\frac{\pi}{4}\right) = 1 \quad \rightarrow \quad Z_L - Z_C = R = 10(\Omega)$$

$$\rightarrow \quad Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

hoặc $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow Z = R\sqrt{2} = 10\sqrt{2}\,(\Omega)$

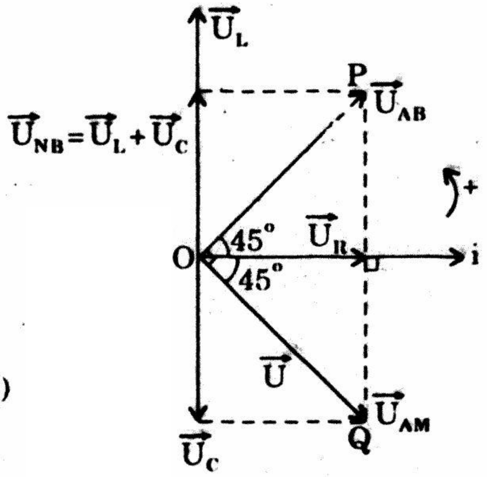
* $I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{100\sqrt{2}}{10\sqrt{2}} = 10(A)$

* Vậy : $i = 10\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)(A)$

* Vẽ giản đồ theo bài ra.

Suy ra ΔOPQ vuông cân :

$U_{AB} = U_{AM} \rightarrow U_{0AM} = U_{0AB} = 100\sqrt{2}$ (V)



* Theo giả thiết và giản đồ u_{AM} muộn pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{2}$.

Vậy : $u_{AM} = 100\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)(V)$

* Từ giản đồ suy ra : $\dot{U}_{NB} = U_R$; $U_{0NB} = U_{0R} = I_0R = 10.10 = 100(V)$

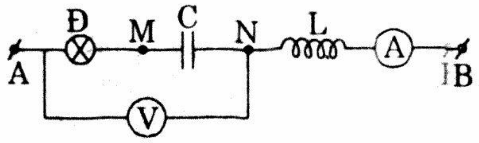
và u_{NB} sớm pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{4}$ nên : $u_{NB} = 100\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(V)$.

30 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ. $L = \frac{1}{10\pi}(H)$; $C = \frac{1}{4\pi}.10^{-3}(F)$. Đèn Đ ghi 40V – 40W. AN có $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V). Các dụng cụ đo không ảnh hưởng đến mạch điện.

a) Tìm số chỉ của các dụng cụ đo ?

b) Viết i(t) ?

c) Viết $u_{AB}(t)$? $u_{MB}(t)$?



Giải

a)* $Z_L = \omega L = 100\pi.\frac{1}{10\pi} = 10\Omega$; $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{4\pi}.10^{-3}} = 40\Omega$

* Xem đèn như là điện trở thuần R : $R = \frac{U_{dm}^2}{P_{dm}} = \frac{40^2}{40} = 40\Omega$.

* Số chỉ của vôn kế : $U_{AN} = \frac{U_{0AN}}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120(V)$

* $Z_{AN} = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \sqrt{40^2 + 40^2} = 40\sqrt{2}\,(\Omega)$

Số chỉ của ampe kế : $I = \frac{U_{AN}}{Z_{AN}} = \frac{120}{40\sqrt{2}} \approx 2{,}12(A) = \frac{3}{\sqrt{2}}(A)$.

b)* $I_0 = I\sqrt{2} = 3(A)$

* $tg\varphi_{AN} = -\frac{Z_C}{R} = -\frac{40}{40} = -1 \rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}(rad)$.

Vậy u_{AN} muộn pha hơn i hay i sớm pha hơn u_{AN} nên :

$$i(t) = 3\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(A).$$

c)* $Z_{AB} = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{40^2 + (10 - 40)^2} = 50(\Omega)$.

* $U_{0AB} = I_0Z_{AB} = 3.50 = 150V$

* $tg\varphi_{AB} = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} = \dfrac{10 - 40}{40} = -\dfrac{3}{4}$ → $\varphi_{AB} \approx -0,64$ (rad)

u_{AB} muộn pha hơn i nên :

$$u_{AB} = 150\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4} - 0,64\right) \approx 150\sin(100\pi t + 0,15)\ (V)$$

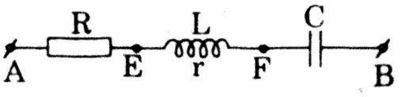
* $Z_{MB} = |Z_L - Z_C| = |(10 - 40)| = 30(\Omega)$

$U_{0MB} = I_0 Z_{MB} = 3.30 = 90V$ và $Z_C > Z_L$ nên đoạn mạch có tính dung kháng nghĩa là u_{MB} muộn pha hơn i một góc $\dfrac{\pi}{2}$ nên :

$$u_{MB} = 90\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) = 90\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)(V).$$

31 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ. $R = 800\Omega$; $L = 1,27(H)$; $C = 1,59\mu F$.

$u_{EB} = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).



1. Viết i(t).
2. Viết $u_{AE}(t)$; $u_{AB}(t)$; $u_{AF}(t)$?

Giải

1.* $Z_L = \omega L = 100\pi.1,27 \approx 400\Omega$; $\quad Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{100\pi.1,59.10^{-6}} \approx 2000(\Omega)$

* $Z_{EB} = |Z_L - Z_C| = |400 - 2000| = 1600(\Omega)$;

$I_0 = \dfrac{U_{0EB}}{Z_{EB}} = \dfrac{200\sqrt{2}}{1600} = 0,125\sqrt{2}$ (A)

* Với $Z_C > Z_L$: đoạn mạch EB có tính dung kháng, u_{EB} muộn pha hơn i, hay i sớm pha hơn u_{EB} một góc $\dfrac{\pi}{2}$ nên :

$$i(t) = 0,125\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)(A).$$

2.* $U_{0AE} = I_0 R = 0,125\sqrt{2}.800 = 100\sqrt{2}$ (V)

* u_{EB} cùng pha với i (chỉ có điện trở thuần) nên :

$$u_{EB} = 100\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)(A)$$

* $Z_{AB} = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{800^2 + (400 - 2000)^2} = 800\sqrt{5}\ (\Omega)$.

* $U_{0AB} = I_0 Z_{AB} = 0{,}125\sqrt{2}.800\sqrt{5} \approx 224\sqrt{2}$ (V)

* $tg\varphi_{AB} = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} = \dfrac{400 - 2000}{800} = -2 \;\rightarrow\; \varphi_{AB} \approx -1{,}11$ (rad)

u_{AB} muộn pha hơn i nên :

$$u_{AB} = 224\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2} - 1{,}11\right) \approx 224\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}46)\ (V)$$

* $Z_{AF} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{800^2 + 400^2} = 400\sqrt{5}\ (\Omega)$

$U_{0AF} = I_0 Z_{AF} = 0{,}125\sqrt{2}.400\sqrt{5} \approx 112\sqrt{2}$ (V)

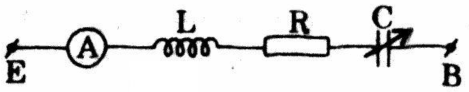
$tg\varphi_{AF} = \dfrac{Z_L}{R} = \dfrac{400}{800} = 0{,}5 \rightarrow \varphi_{AF} \approx 0{,}463$ (rad);

u_{AF} sớm pha hơn i nên :

$$u_{AF} = 112\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2} + 0{,}463\right) \approx 112\sqrt{2}\sin(100\pi t + 2{,}034)\ (V).$$

32 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ. $u_{EB} = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V). Khi thay đổi C ta thấy có 2 giá trị $C_1 = 5\mu F$ và $C_2 = 7\mu F$ thì ampe kế đều chỉ 0,8A.

1. Tìm L, R ?
2. Viết i(t) trong 2 trường hợp trên.



Giải

1.* $Z_{C_1} = \dfrac{1}{\omega C_1} = \dfrac{1}{100\pi.5.10^{-6}} \approx 637\ (\Omega)$; $Z_{C_2} = \dfrac{1}{\omega C_2} = \dfrac{1}{100\pi.7.10^{-6}} \approx 455\ (\Omega)$

* Vì $Z_{C_1} \neq Z_{C_2}$ và I như nhau, nên :

$$I = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{Z_2} \rightarrow Z_1 = Z_2 \rightarrow R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2 = R^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2$$

$$\rightarrow Z_L - Z_{C_1} = \pm(Z_L - Z_{C_2})$$

chỉ chọn : $Z_L - Z_{C_1} = -(Z_L - Z_{C_2})$

$$\Rightarrow Z_L = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2} = \frac{637 + 455}{2} = 546\ (\Omega)$$

* $L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{546}{100\pi} \approx 1{,}74$ (H)

* $Z_1^2 = \left(\frac{U}{I}\right)^2 = R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2$

→ $R = \sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - \left(Z_L - Z_{C_1}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{100}{0,8}\right)^2 - (637 - 546)^2} \approx 86(\Omega)$.

2.* Cả 2 trường hợp $I_0 = I\sqrt{2} = 0,8\sqrt{2}$ (A)

* Khi $Z_C = Z_{C_1} = 637\Omega$ thì : $\text{tg}\varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C_1}}{R} = \frac{546 - 637}{86} \approx -1,0581$

→ $\varphi_1 \approx -0,813$ (rad)

u muộn pha hơn i_1 hay i_1 sớm pha hơn u nên :

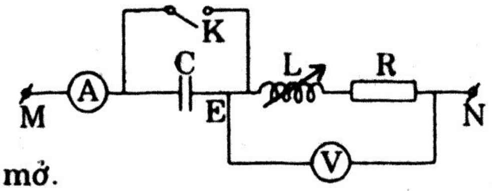
$$i_1 = 0,8\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0,813) \text{ (A)}$$

* Khi $Z_C = Z_{C_2} = 455\Omega$ thì : $\text{tg}\varphi_2 = \frac{Z_L - Z_{C_2}}{R} = \frac{546 - 455}{86} = 1,0581$

→ $\varphi_2 = +0,813$ (rad)

u sớm pha hơn i_2 nên : $i_2 = 0,8\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0,813)$ (A).

33 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$R = 100\Omega$; $C = \frac{1}{\pi}.10^{-4}$ F; $R_A = 0$; $R_V = \infty$.

$u_{MN} = 200\sin 100\pi t$ (V). L thảy đổi được, K mở.

a) Đổi L để công suất tiêu thụ toàn mạch cực đại. Tìm L và số chỉ của các dụng cụ đo lúc này. Viết biểu thức $i_1(t)$ lúc đó ?

b) Bây giờ đóng K. Viết biểu thức $i_2(t)$? (L vẫn như câu 1).

Giải

a) *K mở* : mạch có L, R, C nối tiếp.

* $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{\pi}.10^{-4}} = 100(\Omega)$

* $P = I^2R$, R = const, P_{max} khi có cộng hưởng (I_{max}). Lúc đó ta có :

$Z_L = Z_C = \omega L$ → $L = \frac{Z_C}{\omega} = \frac{100}{100\pi} = \frac{1}{\pi}(H) \approx 0,318$ (H)

và $I = \frac{U}{Z_{min}} = \frac{U}{R} = \frac{200}{\sqrt{2}.100} = \sqrt{2}$ (A). Vậy ampe kế chỉ $\sqrt{2}$(A).

với $Z_{EN} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \sqrt{100^2 + 100^2} = 100\sqrt{2}$ (Ω)

với $Z_L = 100(\Omega)$

$$U_{EN} = IZ_{EN} = \sqrt{2}.100\sqrt{2} = 200(V) \quad \rightarrow \quad \text{Vôn kế chỉ } 200(V).$$

* $I_{01} = I\sqrt{2} = \sqrt{2}.\sqrt{2} = 2(A)$; có cộng hưởng nên $\varphi = 0$; u và i cùng pha :

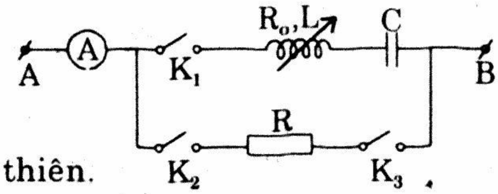
$$i_1 = 2\sin 100\pi t \ (A).$$

b)* *K đóng :* dòng không qua C; mạch chỉ còn L nối tiếp với R.

* $Z_{EN} = Z_{MN} = 100\sqrt{2}\,(\Omega)$ và $I_{02} = \dfrac{U_0}{Z_{MN}} = \dfrac{200}{100\sqrt{2}} = \sqrt{2}\,(A)$

* $tg\varphi_2 = \dfrac{Z_L}{R} = \dfrac{100}{100} = 1 \rightarrow \varphi_2 = \dfrac{\pi}{4}$; u sớm pha hơn i_2 nên i_2 muộn pha hơn u, vậy : $i_2 = \sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right)(A)$.

34 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$u_{AB} = 12\sqrt{2}\sin 100\pi t \ (V)$

$R_0 = 6\Omega$, $R = 12\Omega$, $C = \dfrac{1}{12\pi}.10^{-2}$ F, L biến thiên.

1. Khi $L = \dfrac{6}{\pi}.10^{-2}$ H, tìm số chỉ của ampe kế và viết i(t) khi :

a) K_1 và K_3 đóng, K_2 mở.

b) K_1 và K_3 mở, K_2 đóng.

c) K_2 và K_3 mở, K_1 đóng.

2. Khi K_2 và K_3 mở, K_1 đóng; điều chỉnh L để u và i cùng pha.

a) Tìm L.

b) Viết biểu thức i(t) lúc này; Tìm $u_{cd}(t)$?

Giải

1.* $Z_L = 100\pi.\dfrac{6}{\pi}.10^{-2} = 6(\Omega)$; $\quad Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{1}{12\pi}.10^{-2}} = 12(\Omega)$.

a) *K_1 và K_3 đóng, K_2 mở*

Dòng không qua R, mạch chỉ còn R_0, L, C nối tiếp.

$$\sqrt{R_0^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{6^2 + (6-12)^2} = 6\sqrt{2}\,(\Omega)$$

$I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{12}{6\sqrt{2}} = \sqrt{2}\,(A)$. Ampe kế chỉ $\sqrt{2}(A)$; $I_0 = I\sqrt{2} = 2(A)$

* $\text{tg}\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{R_0} = \dfrac{6 - 12}{6} = -1 \rightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ và u_{AB} muộn pha hơn i nên :

$$i = 2\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(A).$$

b) *K_1 và K_3 mở, K_2 đóng* : Mạch hở, ampe kế chỉ 0 và i = 0.

c) *K_2 và K_3 mở, K_1 đóng* : Mạch và giải hoàn toàn giống a) và cũng có ampe kế chỉ $\sqrt{2}(A)$; $i = 2\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$.

2. *K_2, K_3 mở, K_1 đóng* : Mạch chỉ có R_0 nối tiếp L nối tiếp C.

a) * Khi u và i cùng pha ta có cộng hưởng; $Z_L = Z_C = 12\Omega$ nên :

$$L = \frac{Z_C}{\omega} = \frac{12}{100\pi} \approx 0{,}038\ (H).$$

b) * Lúc có cộng hưởng $I = \dfrac{U}{Z_{min}} = \dfrac{U}{R_0} = \dfrac{12}{6} = 2(A)$;

$$I_0 = I\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\ (A)$$

* $\text{tg}\varphi = 0$; $\varphi = 0$; u và i cùng pha nên : $i = 2\sin 100\pi t$ (A)

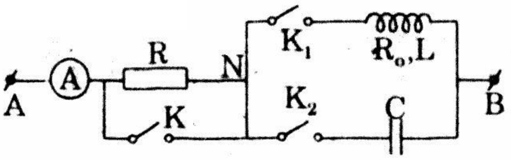
* $Z_{cd} = \sqrt{R_0^2 + Z_L^2} = \sqrt{6^2 + 12^2} = 6\sqrt{5}\ (\Omega)$

$U_{0cd} = I_0 Z_{cd} = 2\sqrt{2}.6\sqrt{5} = 38(V)$

$\text{tg}\varphi_{cd} = \dfrac{Z_L}{R_0} = \dfrac{12}{6} = 2 \quad \rightarrow \quad \varphi_{cd} = 1{,}11$ rad

u_{cd} sớm pha hơn i nên : $u_{cd} = 38\sin(100\pi t + 1{,}11)$ (V).

35 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$u_{AB} = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

Biết rằng :

* Khi K và K_1 đóng, K_2 mở; ampe kế chỉ $\sqrt{2}(A) = 1{,}4(A)$

* Khi K và K_2 đóng, K_1 mở; ampe kế chỉ 2(A).

* Khi K và K_2 mở, K_1 đóng; ampe kế chỉ $\dfrac{2\sqrt{5}}{5} = 0{,}89(A)$

* Khi K và K_1 mở, K_2 đóng; ampe kế chỉ $\sqrt{2}(A) = 1{,}4(A)$.

1. Tìm R, R_0, L, C.

2. Viết biểu thức i(t) cho mỗi trường hợp và tính công suất của mạch ?

Giải

1.* *K và K_2 đóng, K_1 mở*

+ Nối tắt A và N; dòng không qua cuộn dây, mạch chỉ còn Z_C :

$$Z_2 = Z_C = \frac{U}{I_2} = \frac{120}{2} = 60\Omega.$$

+ Vậy $$C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.60} = \frac{1}{6\pi}.10^{-3}(F).$$

* *K và K_1 mở, K_2 đóng*

+ Dòng không qua cuộn dây, mạch gồm R, C nối tiếp :

$$Z_4 = \frac{U}{I_4} = \frac{120}{\sqrt{2}} = 60\sqrt{2}\,\Omega$$

+ $$Z_4^2 = R^2 + Z_C^2 \rightarrow \quad R = \sqrt{Z_4^2 - Z_C^2} = \sqrt{(60\sqrt{2})^2 - 60^2} = 60(\Omega)$$

* *K và K_1 đóng, K_2 mở.*

+ Nối tắt A và N, dòng không qua R và C. Mạch gồm R_0 nối tiếp với L.

+ $$Z_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{120}{\sqrt{2}} = 60\sqrt{2}\,\Omega;$$

với $$Z_1^2 = R_o^2 + Z_L^2 = (60\sqrt{2})^2 \qquad (1)$$

* *K và K_2 mở, K_1 đóng*

+ Mạch có R nối tiếp với R_0 nối tiếp với L, dòng không qua C.

+ $$Z_3 = \frac{U}{I_3} = \frac{120}{2\frac{\sqrt{5}}{5}} = 60\sqrt{5}\,(\Omega);$$

với $$Z_3^2 = (R + R_o)^2 + Z_L^2 = (60\sqrt{5})^2 \qquad (2)$$

Giải (1) và (2) :

$$R_0 = \frac{Z_3^2 - Z_1^2 - R^2}{2R} = \frac{(60\sqrt{5})^2 - (60\sqrt{2})^2 - 60^2}{2.60} = 60(\Omega) \qquad (3)$$

Đưa (3) vào (1) → $$Z_L = \sqrt{Z_1^2 - R_o^2} = \sqrt{(60\sqrt{2})^2 - 60^2} = 60(\Omega)$$

$$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{60}{100\pi} = \frac{0,6}{\pi}(H).$$

Đáp số : $R = R_0 = 60(\Omega)$; $L = \frac{0,6}{\pi}(H)$; $C = \frac{1}{6\pi}.10^{-3}(F)$.

2.a) *K và K_1 đóng, K_2 mở*

* $I_{01} = I_1\sqrt{2} = \sqrt{2}.\sqrt{2} = 2(A)$

* $tg\varphi_1 = \dfrac{Z_L}{R_o} = \dfrac{60}{60} = 1 \quad \rightarrow \quad \varphi_1 = \dfrac{\pi}{4}$

u sớm pha hơn i_1 nên : $i_1 = 2\sin\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right)(A)$.

b) *K và K_2 đóng, K_1 mở*

* $I_{02} = I_2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\,(A)$

* Do mạch chỉ còn Z_C nên u muộn pha hơn i_2 một góc $\dfrac{\pi}{2}$.

Vậy : $i_2 = 2\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right)(A)$.

c) *K và K_2 mở, K_1 đóng*

* $I_{03} = I_3\sqrt{2} = 0{,}89\sqrt{2}\,(A)$

* $tg\varphi_3 = \dfrac{Z_L}{R + R_0} = \dfrac{60}{60 + 60} = 0{,}5 \rightarrow \varphi_3 \approx 0{,}463$

u sớm pha hơn i_3 nên : $i_3 = 0{,}89\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}463)\,(A)$.

d) *K và K_1 mở, K_2 đóng*

* $I_{04} = I_4\sqrt{2} = \sqrt{2}.\sqrt{2} = 2(A)$

* $tg\varphi_4 = -\dfrac{Z_C}{R} = -\dfrac{60}{60} = -1 \rightarrow \varphi_4 = -\dfrac{\pi}{4}$

u muộn pha hơn i_4 nên : $i_4 = 2\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)(A)$.

Công suất của mạch :

- $P_1 = I_1^2R_0 = (\sqrt{2})^2.60 = 120(W)$.
- $P_2 = 0$ do mạch không có R, R_0 mà chỉ có C không tiêu thụ năng lượng mạch xoay chiều.
- $P_3 = I_3^2(R + R_o) = \left(\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2.(60 + 60) = 96(W)$.
- $P_4 = I_4^2R = (\sqrt{2})^2.60 = 120(W)$.

Chủ đề 5

XÁC ĐỊNH CÁC ĐẠI LƯỢNG CỦA MẠCH RLC NỐI TIẾP THỎA MÃN CÁC ĐIỀU KIỆN ĐÃ CHO

* *Nếu cho góc lệch pha (giữa u và i toàn mạch; u_{MN}, i ở một đoạn mạch nhỏ...) thì ta dùng :*

$$tg\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \quad \text{hoặc} \quad cos\varphi = \frac{R}{Z}$$

Cũng có thể vẽ giản đồ vectơ và tính toán dựa trên giản đồ.

* *Nếu cho P hoặc Q ta dùng :*

$$P = UIcos\varphi; \quad P = I^2R \ \text{ và } \ Q = I^2Rt$$

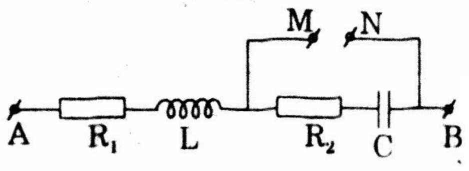
rồi dùng định luật Ôm.

* *Nếu cho cosφ, ta dùng* $cos\varphi = \frac{R}{Z}$ *và định luật Ôm.*

* *Nếu cho số chỉ các Ⓐ và Ⓥ ta dùng định luật Ôm liên quan đến các đại lượng cần tìm :*

$$I = \frac{U_R}{R} = \frac{U_L}{Z_L} = \frac{U_C}{Z_C} = \frac{U_{cd}}{Z_{cd}} = \frac{U_{AB}}{Z_{AB}}$$

36 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



u_{AB} có f = 100Hz,

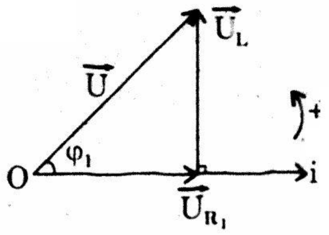
U = const.

1. Mắc Ⓐ (có $R_a = 0$) vào M, N thì Ⓐ chỉ I = 0,3A, dòng trong mạch lệch pha 60° so với u_{AB}, công suất tỏa nhiệt trong mạch là P = 18W. Tìm R_1, L, U_0. Cuộn dây thuần cảm.
2. Mắc Ⓥ (có $R_V = \infty$) vào M, N thay cho Ⓐ thì Ⓥ chỉ 60V, hiệu điện thế trên Ⓥ trễ pha 60° so với u_{AB}. Tìm R_2, C ?

(Câu 9, đề thi tuyển sinh đại học khóa 4/7/2002)

Giải

1. *Mắc Ⓐ ($R_a = 0$) vào M, N*



* Vì I = 0,3 (A); $R_a = 0$ nên :

$$U_{MN} = 0 = V_M - V_N \rightarrow V_M = V_N \rightarrow M \equiv N$$

Dòng điện không qua R_2 và C. Mạch chỉ còn R_1 nối tiếp với L.

* Từ giản đồ (hình) suy ra $\varphi_1 = +\dfrac{\pi}{3}$

* $P = I^2R_1 \quad \rightarrow \quad R_1 = \dfrac{P}{I^2} = \dfrac{18}{(0,3)^2} = 200(\Omega)$

* $\operatorname{tg}\varphi_1 = \operatorname{tg}\left(+\dfrac{\pi}{3}\right) = +\sqrt{3} = \dfrac{Z_{L_1}}{R_1} \quad \rightarrow \quad Z_{L_1} = R_1\sqrt{3} = 200\sqrt{3}\,(\Omega)$

$L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{200\sqrt{3}}{200\pi} = \dfrac{\sqrt{3}}{\pi}(H) \approx 0,551\ (H)$

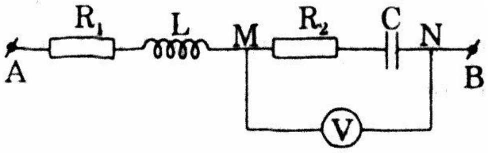
(với $\omega = 2\pi f = 2\pi.100 = 200\pi$ (rad/s))

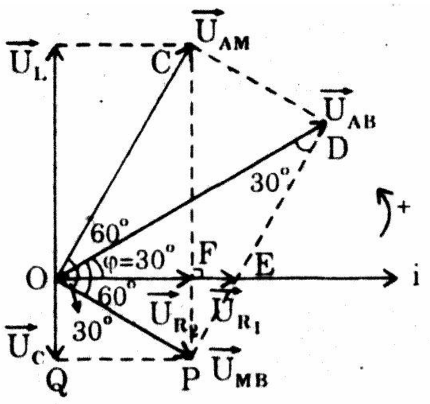
* Có thể tính $Z_{AE} = \sqrt{R_1^2 + Z_{L_1}^2}$

hoặc $\cos\varphi_1 = \cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2} = \dfrac{R_1}{Z_{AE}} \quad \rightarrow \quad Z_{AE} = 2R_1 = 2.200 = 400(\Omega)$

* $U = IZ_{AE} = 0,3.400 = 120(V)$.

2.* Mạch gồm R_1 nt L nt R_2 nt C.


R_1
L
M
R_2
C
N
A
B
V


$\overrightarrow{U_L}$
C
$\overrightarrow{U_{AM}}$
$\overrightarrow{U_{AB}}$
D
30°
60°
φ=30°
F
E
i
O
60°
$\overrightarrow{U_{R_2}}$
$\overrightarrow{U_{R_1}}$
30°
$\overrightarrow{U_C}$
Q
P
$\overrightarrow{U_{MB}}$
+

* Vẽ giản đồ véc tơ

* $\overrightarrow{U_{AM}} = \overrightarrow{U_{R_1}} + \overrightarrow{U_L}$; $\quad \widehat{\overrightarrow{U_{R_1}}, \overrightarrow{U_{AM}}} = 60^\circ$;

$\overrightarrow{U_L} \perp \overrightarrow{U_{R_1}}$

(với $\operatorname{tg}\varphi_{AM} = \dfrac{Z_L}{R_1} = \dfrac{200\sqrt{3}}{200} = \sqrt{3} \rightarrow \varphi_{AM} = 60^\circ$)

* $\overrightarrow{U_{MB}} = \overrightarrow{U_{R_2}} + \overrightarrow{U_C}$; $\quad \widehat{\overrightarrow{U_{MB}}, \overrightarrow{U_{AB}}} = 60^\circ$ (theo giả thiết); $\quad \overrightarrow{U_{R_2}} \perp \overrightarrow{U_C}$

* $\overrightarrow{U_{AB}} = \overrightarrow{U_{AM}} + \overrightarrow{U_{MB}}$

* Vì $U_{MB} = 60$ V; $U_{AB} = 120$ V; $\widehat{DOP} = 60^\circ$ nên với $U_{MB} = \dfrac{1}{2}U_{AB}$, ΔODP

vuông tại P; $\widehat{ODP} = 30^\circ$.

Vậy : $\overrightarrow{U_{AM}} \perp \overrightarrow{U_{MB}}$

* Từ đó ta có : $\varphi = 30^\circ$; $\widehat{POF} = 30^\circ$.

* u_{AB} sớm pha hơn i một góc $\frac{\pi}{6}$ nên :

$$\text{tg}\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R_1 + R_2} = \text{tg}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \rightarrow \quad Z_L - Z_C = \frac{R_1 + R_2}{\sqrt{3}} \qquad (1)$$

* u_{MB} muộn pha hơn i một góc $\frac{\pi}{6}$ nên :

$$\text{tg}\varphi_{MB} = \text{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{-Z_C}{R_2} \quad \rightarrow \quad Z_C = \frac{R_2}{\sqrt{3}} \qquad (2)$$

* Giải (1) và (2), ta có : $R_2 = \frac{\sqrt{3}Z_L - R_1}{2} = \frac{\sqrt{3}.200\sqrt{3} - 200}{2} = 200\ (\Omega)$

* Đưa $R_2 = 200\ \Omega$ vào (2), ta có :

$$Z_C = \frac{200}{\sqrt{3}}(\Omega) \quad \rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{200\pi.\frac{200}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}.10^{-4}\ (F).$$

37 Một đèn ống đặt dưới hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng 119V, tần số 50Hz. Nó sáng lên hay tắt đi khi hiệu điện thế tức thời 2 đầu đèn có giá trị 84V (hiệu điện thế cháy).

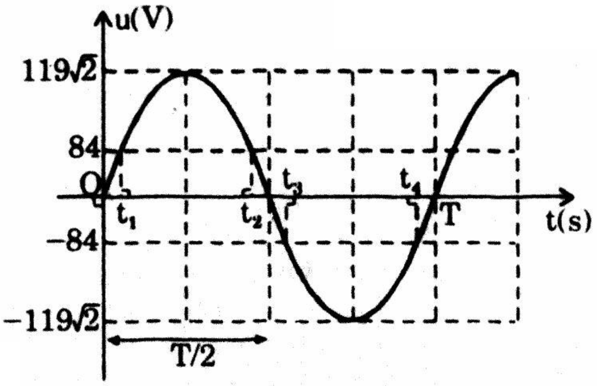
1. Tìm thời gian đèn sáng trong $\frac{1}{2}$ chu kỳ ?

2. Giải thích vì sao mắt ta không thấy đèn ống nhấp nháy.

3. Lúc nào đèn không thể sáng được ?

Giải

1. Vẽ đồ thị như hình.



* Giả sử $\frac{1}{2}$T đầu, thời gian đèn sáng là : $\Delta t = t_2 - t_1$ (cũng là $\Delta t = t_4 - t_3$) lúc $u \geq 84(V)$.

* $u = 84 = 119\sqrt{2}\sin\omega t = 119\sqrt{2}\sin\frac{2\pi}{T}t$

$$\rightarrow \quad \sin\frac{2\pi}{T}t = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \frac{2\pi}{T}t = \begin{cases} \frac{\pi}{6} \\ \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

* $\frac{2\pi}{T}t_1 = \frac{\pi}{6} \rightarrow t_1 = \frac{T}{12}$ và $\frac{2\pi}{T}t_2 = \frac{5\pi}{6} \rightarrow t_2 = \frac{5T}{6}$

* Vậy $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{T}{3}$ với $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0{,}02$ (s) thì $\Delta t \approx 0{,}007$ (s).

2.* Thời gian đèn tắt trong $\frac{1}{2}T$ là $\mathcal{T}$

$$\mathcal{T} = \frac{T}{2} - \frac{T}{3} = \frac{T}{6} \approx 0{,}003 \text{ (s)}.$$

* Khi đèn sáng, ánh sáng vào mắt gây cảm giác sáng và phải sau 0,1 (s) cảm giác sáng đó mới mất hẳn (hiện tượng lưu ảnh trên võng mạc). Ở đây, thời gian giữa 2 lần đèn sáng chỉ cách nhau 0,003 (s) là quá bé so với 0,1 (s) nên cảm giác sáng là liên tục.

3.* Vì đèn chỉ sáng khi $u \geq 84$V nên đèn sẽ không sáng nếu hiệu điện thế tức thời 2 đầu đèn bé hơn hiệu điện thế cháy.

* Chú ý nếu tần số của dòng xoay chiều thay đổi thì thời gian đèn sáng trong $\frac{1}{2}T$ sẽ thay đổi theo.

38 Một đèn ống có dòng đi qua I = 0,8A và hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu đèn $U_d = 50$V thì sẽ hoạt động bình thường.

Sử dụng đèn này ở chế độ hoạt động bình thường vào mạch xoay chiều 120V – 50Hz ta phải mắc nối tiếp nó với một chấn lưu (một cuộn dây) có L và $R_0 = 12{,}5\ (\Omega)$.

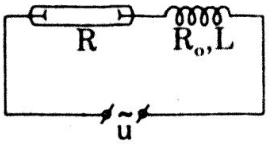
1. Vẽ sơ đồ mắc đèn ? Tìm L ?

2. Tìm U_{cd} của chấn lưu và công suất tiêu thụ của mạch ?

3. Nếu mắc đèn và chấn lưu vào mạch xoay chiều 120V – 60Hz thì đèn tối hay sáng hơn bình thường ?

Giải

1.* Sơ đồ : xem hình.



* $R = \frac{U_d}{I} = \frac{50}{0{,}8} = 62{,}5\ (\Omega)$

* Coi đèn là một điện trở hoạt động R lúc hoạt động bình thường.

* Tổng trở mạch : $Z = \sqrt{(R + R_0)^2 + Z_L^2}$ (1)

* $\omega = 2\pi f = 100\pi$ rad/s; $Z = \dfrac{U}{I} = \dfrac{120}{0,8} = 150\ (\Omega)$ (2)

* Giải (1), (2) chú ý $Z_L > 0$ nên ta chỉ có :

$$Z_L = \sqrt{Z^2 - (R + R_0)^2} \approx 130\ \Omega \quad \text{và} \quad L \approx 0,41\ (H).$$

2.* Chấn lưu có Z_{cd}, U_{cd}

* $Z_{cd} = \sqrt{R_0^2 + Z_L^2} = \sqrt{(12,5)^2 + (130)^2} \approx 131\ (\Omega)$

* $U_{cd} = IZ_{cd} = 0,8.131 \approx 105\ (V)$.

* Công suất tiêu thụ của toàn mạch là P

$$P = I^2(R + R_0) = (0,8)^2(62,5 + 12,5) = 48\ (W).$$

3.* Khi đổi chế độ 120V – 50Hz sang 120V – 60Hz thì U = const, $\omega = 2\pi f$ và f tăng nên ω tăng, $Z_L = \omega L$ tăng theo (với L = const).

* $R + R_0$ = const nên $Z = \sqrt{(R + R_0)^2 + Z_L^2}$ sẽ tăng.

* $I = \dfrac{U}{Z}$; U = const, Z tăng nên I giảm.

* Công suất của đèn $P_d = I^2R$, R = const và I giảm nên P_d giảm.

* I và P_d giảm nên đèn tối hơn bình thường.

39 Một mạch xoay chiều gồm cuộn dây $\left(R; L = \dfrac{1,28}{\pi} H\right)$ nối tiếp với tụ C biến thiên. Toàn mạch có : $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

Điều chỉnh C đến giá trị C_0 thì hiệu điện thế hiệu dụng trên tụ cực đại bằng 200V.

1. Tìm R, C_0 ? Viết biểu thức i(t) toàn mạch. Cho $tg37^\circ = \dfrac{3}{4}$.
2. Từ giá trị C_0, đổi C thế nào để hiệu điện thế hiệu dụng của cuộn dây và tụ bằng nhau ?

Giải

1.* $Z_L = \omega L = 100\pi.\dfrac{1,28}{\pi} = 128\ (\Omega)$.

* $U_C = IZ_C = \dfrac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \dfrac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2}}} = \dfrac{const}{\sqrt{y}}$

* $y_{min} \leftrightarrow U_{C\,max} = 200V$; với Z_C là biến số, đạo hàm y theo Z_C ta có :

$$y' = \frac{2}{Z_C^3}\left[Z_L Z_C - (R^2 + Z_L^2)\right].$$

* Cho $y' = 0 \rightarrow Z_C = Z_{C_0} = \dfrac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$

* Lập bảng dấu của y'

Z_C		Z_{C_0}	
y'	−	0	+
y	↘	CT	↗

Ta có khi Z_{C_0} làm y' = 0 thì y_{min} và $U_{C\,max}$. Lúc đó : $y_{min} = \dfrac{R^2}{R^2 + Z_L^2}$

và $U_{max} = 200 = \dfrac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \dfrac{120\sqrt{R^2 + 128^2}}{R} \rightarrow R = 96\ (\Omega)$

* $Z_{C_0} = \dfrac{96^2 + 128^2}{128} = 200\ (\Omega)$;

$C_0 = \dfrac{1}{\omega Z_{C_0}} = \dfrac{1}{100\pi.200} = \dfrac{1}{2\pi}.10^{-4}\ (F)$

* $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_0})^2} = \sqrt{96^2 + (128 - 200)^2} = 120\ (\Omega)$

* $I_0 = \dfrac{U_0}{Z} = \dfrac{120\sqrt{2}}{120} = \sqrt{2}\ (A)$

* $tg\varphi = \dfrac{Z_L - Z_{C_0}}{R} = \dfrac{128 - 200}{96} = -\dfrac{3}{4} \rightarrow \varphi = -37^\circ$ (u muộn pha hơn i)

Vậy $i = \sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \dfrac{37\pi}{180}\right)$ (A).

2.* $U_C = IZ_C = I_{cd}Z_{cd} \rightarrow Z_C = Z_{cd} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{96^2 + 128^2} = 160\ (\Omega)$

* $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} \rightarrow C = \dfrac{1}{\omega Z_C} = \dfrac{1}{100\pi.160} = \dfrac{1}{1{,}6\pi}.10^{-4}\ F$

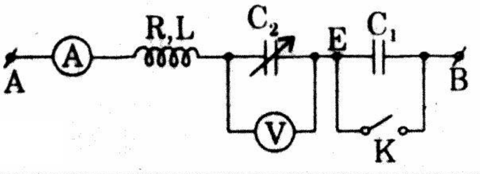
* Vậy từ C_0 chỉnh tụ đến C và điện dung của tụ tăng lên 1 lượng

$$\Delta C = C - C_0 = \left(\frac{1}{1{,}6\pi} - \frac{1}{2\pi}\right).10^{-4} \approx 3{,}98.10^{-6}(F) = 3{,}98(\mu F).$$

40 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

A, B có $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

$R_a = 0$, $R_V = \infty$; $R = 100\Omega$, $C_1 = 25\mu F$



1. K mở :

a) $C_2 = 50\mu F$ thì ampe kế chỉ 0,5A. Tìm L ?

b) Tìm C_2 để i toàn mạch trễ pha $\frac{\pi}{3}$ so với u toàn mạch.

2. C_2 giữ nguyên như câu 1b, đóng K, tìm chỉ số của vôn kế ?

Giải

1. *K mở :*

a) * C_1 nối tiếp với C_2 được thay bằng tụ tương đương $C = \dfrac{C_1C_2}{C_1 + C_2}$

$$C = \frac{25.50}{25 + 50} = \frac{50}{3}(\mu F); \qquad Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{50}{3}.10^{-6}} \approx 191\ (\Omega)$$

$$* \ Z = \frac{U}{I} = \frac{120}{0,5} = 240\ \Omega$$

$$* \ Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2$$

$$\rightarrow Z_L = Z_C \pm \sqrt{Z^2 - R^2} = 191 \pm \sqrt{240^2 - 100^2} = \begin{cases} 409(\Omega) \\ -27\Omega\ \text{(loại)} \end{cases}$$

$$* \ L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{409}{100\pi} \approx 1,3\ (H).$$

b) * i trễ pha hơn u nên u sớm pha hơn i

$$tg\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \sqrt{3} \rightarrow \qquad Z_C = Z_L - \sqrt{3}R = 409 - 100\sqrt{3} \approx 236\ \Omega$$

* Điện dung tương đương của C_1 và C_2 bây giờ là :

$$C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.236} \approx 13,5.10^{-6}(F) = 13,5(\mu F)$$

$$* \ C = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} = 13,5 = \frac{25.C_2}{25 + C_2} \qquad \rightarrow \qquad C_2 = 29,35(\mu F).$$

2. *K đóng :*

* $U_{EB} = 0$; chập E với B; dòng không qua C_1.

* Mạch chỉ còn lại R nối tiếp với L nối tiếp với $C_2 = 29,35(\mu F)$.

$$* \ Z_{C_2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{100\pi.29,35.10^{-6}} \approx 108(\Omega)$$

$* \ Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2} = \sqrt{100^2 + (409 - 108)^2} \approx 317(\Omega)$

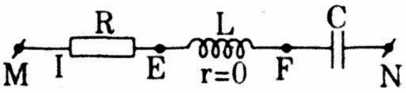
$* \ I = \dfrac{U}{Z_C} = \dfrac{120}{317} \approx 0{,}38 \ (A)$

* Vôn kế chỉ $U_{C_2} = I.Z_{C_2} = 0{,}38.108 \approx 40(V)$.

41 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

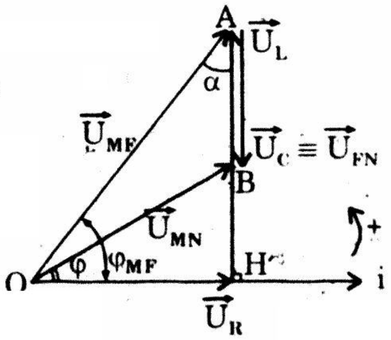
Biết $U = U_{MN} = 200V$; $U_{MF} = 160\sqrt{2}$ (V); $U_{FN} = 40V$; $I = 0{,}8$ (A)

1. Tìm R, L và ω_1 biết $C = \dfrac{1}{\pi}.10^{-4}$ F.



2. Tìm công suất của mạch ? Tìm ω_2 khác để mạch có cùng công suất trên.

Giải



1.* Vẽ giản đồ vectơ.

* Dùng định lý Côsin trong tam giác thường ta có :

$$U_{MN}^2 = U_{MF}^2 + U_{FN}^2 - 2U_{MF}.U_{FN}\cos\alpha$$

$$\rightarrow \quad \cos\alpha = \frac{U_{MF}^2 + U_{FN}^2 - U_{MN}^2}{2U_{MF}.U_{FN}}$$

$$= \frac{(160\sqrt{2})^2 + 40^2 - 200^2}{2.160\sqrt{2}.40} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

* Cũng có : $U_L = U_{EF} = U_{MF}\cos\alpha = 160.\sqrt{2}.\dfrac{1}{\sqrt{2}} = 160V$

* $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \alpha = 45^\circ \rightarrow$ ΔOHA vuông cân

$\rightarrow U_R = U_{ME} = U_L = U_{EF} = 160V$.

Vậy : $R = \dfrac{U_R}{I} = \dfrac{160}{0{,}8} = 200\Omega$.

* $Z_L = \dfrac{U_L}{I} = \dfrac{160}{0{,}8} = 200\Omega$; $\quad Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{U_{FN}}{I} = \dfrac{40}{0{,}8} = 50\Omega$

và $\quad \omega_1 = \dfrac{1}{CZ_C} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\pi}.10^{-4}.50} = 200\pi$ rad/s

Vậy. $L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{200}{200\pi} = \dfrac{1}{\pi}$ (H).

2. * $P = I^2R = (0,8)^2.200 = 128(W)$

* Với $P = \dfrac{U^2R}{R^2 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2} = \dfrac{U^2R}{R^2 + (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2}$; với L, C = const ta có :

$$(Z_{L_1} - Z_{C_1})^2 = (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2 \quad \rightarrow \quad \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = \pm\left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)$$

* Nếu $\omega_1 L - \dfrac{1}{\omega_1 C} = \omega_2 L - \dfrac{1}{\omega_2 C} \quad \rightarrow \quad \omega_1 = \omega_2$

* Vậy chỉ có : $\omega_1 L - \dfrac{1}{\omega_1 C} = \dfrac{1}{\omega_2 C} - \omega_2 L = Z_L - Z_C = 200 - 50 = 150.$

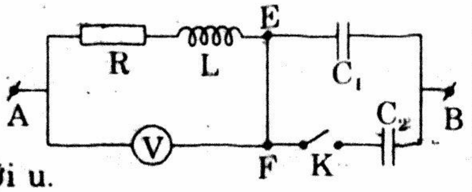
* Với $L = \dfrac{1}{\pi}(H)$; $C = \dfrac{1}{\pi}.10^{-4}F$, ta có :

$$LC\omega_2^2 + 150C\omega_2 - 1 = 0 \rightarrow \omega_2^2 + 150\pi\omega_2 - \pi^2.10^4 = 0; \qquad \Delta' = (125\pi)^2$$

$\omega_2 = -75\pi \pm 125\pi$

* $\omega_2 = 50\pi$ rad/s (loại $\omega_2 < 0$).

42 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



A, B có $u = U\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

* Khi K mở, dòng toàn mạch sớm pha φ_1 so với u.
* Khi K đóng, u sớm pha φ_2 so với dòng toàn mạch.
* $R_V = \infty$; Vôn kế V chỉ khi K đóng gấp 3 lần khi K mở.
* Biết $|\varphi_1| + |\varphi_2| = \dfrac{\pi}{2}$ (rad/s); cuộn dây thuần cảm.

1. Tìm φ_1, φ_2.
2. Cho $R = 100\Omega$; $C_2 = 2C_1 = C$. Tìm C_1, C_2, L.

Giải

* *Khi K mở* : toàn mạch có R nối tiếp L nối tiếp C_1 (mạch có C_2 hở, bỏ qua R_V)

  + Vì i sớm pha hơn u → u muộn pha hơn i (và gọi φ_1 là độ lớn) thì :

$$tg(-\varphi_1) = \frac{Z_L - Z_{C_1}}{R} \quad \rightarrow \quad tg\varphi_1 = \frac{Z_{C_1} - Z_L}{R} \qquad (1)$$

  + Hiệu điện thế U_{AE} do vôn kế chỉ là U_1.

$$U_1 = I_1 Z_{AE} = \frac{U}{Z_1}\sqrt{R^2 + Z_L^2} \qquad (2)$$

với $Z_1 = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2}$

* *Khi K đóng* : Coi $C_1 // C_2$ được thay bằng C_{td} và R nối tiếp L nối tiếp C_{td}.

+ Do $C_1 // C_2 \rightarrow C_{td} = C_1 + C_2 = 3C_1$

$$+ \qquad Z_{C_{td}} = \frac{1}{\omega C_{td}} = \frac{1}{\omega.3C_1} = \frac{Z_{C_1}}{3} \qquad (3)$$

+ Từ giả thiết, ta có : $tg\varphi_2 = \dfrac{Z_L - Z_{C_{td}}}{R}$ (4)

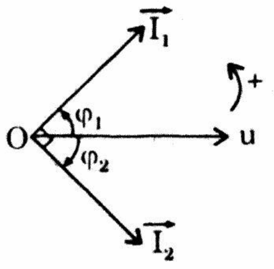
+ Số chỉ của vôn kế là : $U_2 = \dfrac{U}{Z_2}\sqrt{R^2 + Z_L^2}$ (5)

với $Z_2 = \sqrt{R^2 + \left(Z_L - Z_{C_{td}}\right)^2}$

* Do $U_2 = 3U_1 \rightarrow Z_1 = 3Z_2$ (6)

* Với $\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ$ nên :

$$tg\varphi_1 = cotg\varphi_2 = \frac{1}{tg\varphi_2}$$



hay $tg\varphi_1 tg\varphi_2 = 1$ (7)

* Đưa (1), (4) vào (7) ta có :

$$R^2 = (Z_{C_1} - Z_L)(Z_L - Z_{C_{td}}) \qquad (8)$$

* Đưa (2) và (5) vào (6) ta có :

$$R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2 = 9R^2 + 9(Z_L - Z_{C_{td}})^2 \qquad (9)$$

* Khai triển (8), đưa (6) vào (9), phối hợp nhau ta có : $Z_{C_1} = 2,5Z_L$ (10)

* Đưa (10) vào (8) và chú ý (3), thay $R = 100(\Omega)$ ta cũng có :

$$Z_L = 2R = 200(\Omega) \qquad (11)$$

* (10) suy ra : $Z_{C_1} = 500(\Omega)$ (12)

* $R = 100\Omega$; $Z_L = 200\Omega$; $Z_{C_1} = 500(\Omega)$ nên (1) ta được :

$$tg\varphi_1 = 3 \quad \text{và} \quad \varphi_1 = 71^\circ 34' \qquad (13)$$

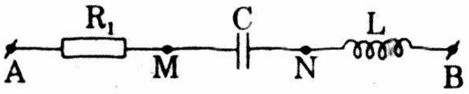
* $|\varphi_1| + |\varphi_2| = 90^\circ \rightarrow |\varphi_2| = 18^\circ 26'$ (14)

* $Z_L = \omega L \rightarrow L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{200}{100\pi} = \dfrac{2}{\pi}(H) \approx 0,636\ (H)$

* $Z_1 = \dfrac{1}{\omega C_1} \quad \rightarrow \quad C_1 = \dfrac{1}{\omega Z_{C_1}} = \dfrac{1}{100\pi.500} \approx 6{,}36.10^{-6}(F) = 6{,}36(\mu F)$

* $C_2 = 2C_1 = 12{,}72\ (\mu F)$.

43 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ. A và B có hiệu điện thế xoay chiều với U = const. Dùng vôn kế xoay chiều đo được : $U_{AB} = U_{NB} = 170V$; $U_{AM} = U_{MN} = 70V$.



1. Chứng tỏ cuộn dây có $R \neq 0$.
2. Giả sử $i = \sqrt{2}\sin 100\pi t$ (A). Tìm R_1, R, L, C.
3. Viết biểu thức $u_{AB}(t)$? Cho $tg(0{,}49) = \dfrac{8}{15}$.
4. Chứng minh rằng u_{AN} và u_{MB} vuông pha nhau. Vẽ giản đồ để thấy sự vuông pha đó ?

Giải

1.* Giả sử cuộn dây có R = 0 thì

$$U'_{AB} = \sqrt{U_{R_1}^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{(70)^2 + (170-70)^2} \approx 122(V)$$

* $U'_{AB} = 122V \neq U_{AB} = 170V$. Vậy cuộn dây phải có $R \neq 0$.

2.* $I_0 = \sqrt{2}A \quad \rightarrow \quad I = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}} = 1(A)$

* $R_1 = \dfrac{U_{AM}}{I} = \dfrac{70}{1} = 70(\Omega) \quad \rightarrow \quad C = \dfrac{1}{\omega Z_C} = \dfrac{1}{100\pi.70} \approx 45{,}4(\mu F)$

* $Z_{NB} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \dfrac{U_{NB}}{I} = \dfrac{170}{1} = 170(\Omega)$ (1)

* $Z_{AB} = \dfrac{U_{AB}}{I} = \dfrac{170}{1} = 170(\Omega) = \sqrt{(R_1 + R)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ (2)

* Đưa (1) vào (2), thay các số; ta tìm được $Z_L = 70 + R$ (3)

* Đưa (3) vào (1) tìm được : $R^2 = 70R - 12000 = 0 \rightarrow R = \begin{cases} 80(\Omega) \\ \text{âm (loại)} \end{cases}$

Vậy : $R = 80(\Omega)$ (4)

* Đưa (4) vào (3) : $Z_L = 150\Omega$; $\quad L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{150}{100\pi} = \dfrac{1{,}5}{\pi}(H) \approx 0{,}48(H)$.

3.* AB có : $U_0 = U_{AB}\sqrt{2} = 170\sqrt{2}$ (V).

* $\mathrm{tg}\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{R + R_1} = \dfrac{8}{15}$ → $\varphi = 0{,}49$ (rad) và u sớm pha hơn i.

Vậy : $u_{AB}(t) = 170\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}49)$ (V).

4.* $\mathrm{tg}\varphi_{AN} = \dfrac{-Z_C}{R_1} = -1$ → $\varphi_{AN} = -\dfrac{\pi}{4}$ và u_{AN} muộn pha hơn i.

* $\mathrm{tg}\varphi_{BM} = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} = 1$ → $\varphi_{BM} = \dfrac{\pi}{4}$ và u_{BM} sớm pha hơn i.

* Vậy u_{BM} sớm pha hơn u_{AN} một góc $\dfrac{\pi}{2}$.

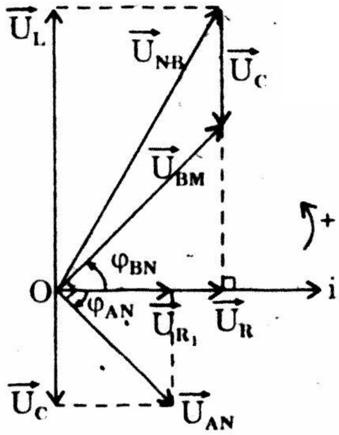
* Vẽ giản đồ của các u dựa vào các số liệu của :

$R_1 = 70\Omega$;

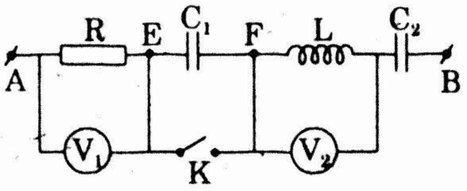
$R = 80\Omega$;

$Z_L = 150\Omega$;

$Z_C = 70\Omega$.



44 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$R = 50(\Omega)$, $C_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{\pi}.10^{-4}$ (F)

AB có $u = 120\sqrt{2}\sin 2\pi ft$ (V)

Khi K mở cũng như K đóng, các vôn kế V_1, V_2 đều chỉ giá trị không đổi là $U_1 = 60\sqrt{3}$ (V); $U_2 = 72$(V).

1. Tìm C_2, L, f, P toàn mạch ?

2. Viết i(t) toàn mạch khi K đóng.

Giải

1.* *K mở hay đóng*, dòng toàn mạch vẫn luôn qua R và dòng ấy bằng nhau :

$$I = \frac{U_1}{R} = \frac{60\sqrt{3}}{50} = 1{,}2\sqrt{3}\ (A); \qquad Z_L = \frac{U_2}{I} = \frac{72}{1{,}2\sqrt{3}} = 20\sqrt{3}\ (\Omega).$$

* *Nếu K đóng* :

+ Nối tắt E và F; dòng không qua C_1, mạch còn lại là R nối tiếp L nối tiếp C_2.

+ $Z_1 = \dfrac{U}{I} = \dfrac{120}{1{,}2\sqrt{3}} = \dfrac{100}{\sqrt{3}}(\Omega)$

+ $Z_1^2 = R^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2$

$$\rightarrow \quad Z_{C_2} = Z_L \pm \sqrt{Z_1^2 - R^2} = 20\sqrt{3} \pm \sqrt{\left(\frac{100}{\sqrt{3}}\right)^2 - 50^2}$$

$$\rightarrow \quad Z_{C_2} = \frac{110\sqrt{3}}{3} = \frac{110}{\sqrt{3}}(\Omega) \quad \text{và} \quad Z_{C_2} = \frac{10}{\sqrt{3}}(\Omega).$$

* *Nếu K mở* :

+ Mạch gồm R nối tiếp L nối tiếp $C_{tđ}$, với $C_{tđ} = \dfrac{C_1C_2}{C_1 + C_2}$

$$+ \quad Z_{C_{tđ}} = \frac{1}{\omega C_{td}} = \frac{1}{\omega\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}} = \frac{1}{\omega C_1} + \frac{1}{\omega C_2} = Z_{C_1} + Z_{C_2} \qquad (1)$$

* Vì K mở hay đóng, I như nhau, U như nhau nên $Z_1 = Z_2$ với

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_{tđ}})^2} = Z_1 = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2} \qquad (2)$$

* Đưa (1) và (2), khai triển để có : $Z_L - Z_{C_2} = \pm(Z_L - Z_{C_1} - Z_{C_2})$ (3)

+ Nếu $Z_L - Z_{C_2} = Z_L - Z_{C_1} - Z_{C_2}$ thì $Z_{C_1} = 0$ (loại)

+ Nếu $Z_L - Z_{C_2} = -(Z_L - Z_{C_1} - Z_{C_2}) \rightarrow \quad Z_{C_1} = 2(Z_L - Z_{C_2})$

* Với $Z_L = 20\sqrt{3}(\Omega)$; $Z_{C_2} = \dfrac{110}{\sqrt{3}}(\Omega)$ thì : $Z_{C_1} = 2\left(20\sqrt{3} - \dfrac{110}{\sqrt{3}}\right) < 0$ (loại)

Với $Z_L = 20\sqrt{3}(\Omega)$ và $Z_{C_2} = \dfrac{10}{\sqrt{3}}$ thì : $Z_{C_1} = 2\left(20\sqrt{3} - \dfrac{10}{\sqrt{3}}\right) = \dfrac{100}{\sqrt{3}}(\Omega)$

* Vậy : $Z_L = 20\sqrt{3}(\Omega)$; $Z_{C_2} = \dfrac{10}{\sqrt{3}}(\Omega)$; $Z_{C_1} = \dfrac{100}{\sqrt{3}}(\Omega)$.

* Với $C_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{\pi}.10^{-4}$ F và $\omega = 2\pi f$ thì : $Z_{C_1} = \dfrac{1}{\omega C_1} = \dfrac{1}{2\pi f C_1} = 20\sqrt{3}(\Omega)$

$$\rightarrow \quad f = \frac{1}{2\pi C_1.Z_{C_1}} = 50\text{Hz} \quad \text{và} \quad \omega = 2\pi f = 100\pi \text{ (rad/s)}$$

* $Z_L = \omega L \quad \rightarrow \quad L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{20\sqrt{3}}{100\pi} \approx 0{,}11$ (H)

* $Z_{C_2} = \dfrac{1}{\omega C_2} \quad \rightarrow \quad C_2 = \dfrac{1}{\omega Z_{C_2}} \approx 551(\mu F)$

* $P = I^2R = (1{,}2\sqrt{3})^2.50 = 216(W)$.

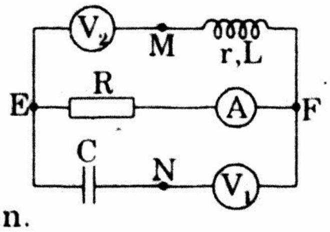
2. *K đóng* :

* $I_0 = I\sqrt{2} = 1,2\sqrt{3}.\sqrt{2} \approx 2,94\ (A)$

* $$\text{tg}\varphi = \frac{Z_L - Z_{C_2}}{R} = \frac{20\sqrt{3} - \dfrac{10}{\sqrt{3}}}{50} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}$$

* Hiệu điện thế toàn mạch sớm pha hơn dòng toàn mạch $\frac{\pi}{6}$ nên i muộn pha hơn u và $i = 2,94\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)(A)$.

45 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



Các vôn kế nhiệt có $R_V = \infty$

Ampe kế nhiệt có $R_a = 0$

R, D, C lần lượt là điện trở thuần, cuộn dây và tụ điện.

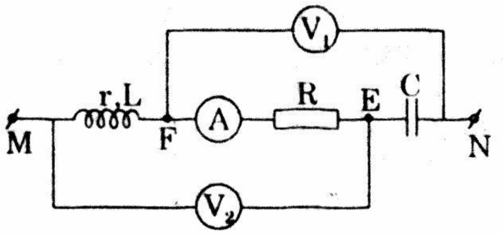
Giữa M và N có hiệu điện thế u_{MN} xác định bởi $u_{MN} = U_0\sin100\pi t$ (V)

1. Vôn kế V_1 chỉ giá trị $80\sqrt{3}$ (V); vôn kế V_2 chỉ giá trị 120V. Hiệu điện thế giữa 2 đầu V_1 nhanh pha hơn giữa 2 đầu tụ một lượng $\frac{\pi}{6}$ và giữa 2 đầu các vôn kế lệch pha nhau $\frac{\pi}{2}$; ampe kế chỉ $\sqrt{3}$A . Tìm R, L, C ?

2. Giữ R, cuộn dây D, u_{MN} như đã cho. Thay C bằng C' khác thì toàn mạch có P = 240W. Tìm i(t) toàn mạch ?

Giải

1.* Vẽ lại mạch để dễ nhìn.



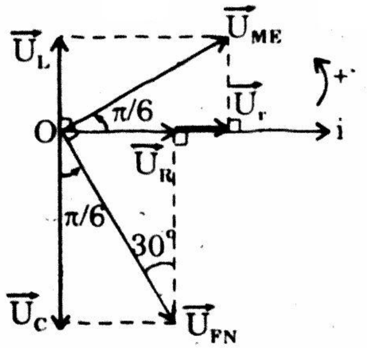
* (V2) chỉ $U_{ME} = I\sqrt{(R+r)^2 + Z_L^2} = 120(V)$ (1)

* (V1) chỉ $U_{FN} = I\sqrt{R^2 + Z_C^2} = 80\sqrt{3}\,(V)$ (2)

* Với $I = \sqrt{3}$ (A); (1) và (2) trở thành : $(r+R)^2 + Z_L^2 = (40\sqrt{3})^2$ (3)

$$R^2 + Z_C^2 = (80)^2 \quad (4)$$

* Vẽ giản đồ vectơ theo giả thiết. Từ đó suy ra :



$$U_L = U_{ME}\sin\frac{\pi}{6} = 120.\frac{1}{2} = 60\ (V)$$

$$Z_L = \frac{U_L}{I} = \frac{60}{\sqrt{3}} = 20\sqrt{3}\ (\Omega)$$

$$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{20\sqrt{3}}{100\pi} \approx 110.10^{-3}\ (H) = 110(\mu H)$$

và $R + r = 60\ (\Omega)$

* Từ giản đồ ta cũng có :

$$U_R = \frac{U_{FN}}{2} = \frac{80\sqrt{3}}{2} = 40\sqrt{3}\ (\Omega) \quad \text{và} \quad R = \frac{U_R}{I} = \frac{40\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 40(\Omega)$$

* $IZ_C = U_C = U_{FN}\cos 30^\circ = 80\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2} = 120V \rightarrow Z_C = \frac{120}{I} = \frac{120}{\sqrt{3}} = 40\sqrt{3}\ (\Omega)$

và $C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.40\sqrt{3}} \approx 46.10^{-6}\ (F) = 46(\mu F)$

(Cũng có thể dùng công thức để tính).

2.* Các R, r, L, U không đổi, C thay đổi thành C'.

* Giản đồ của $\overrightarrow{U_R} + \overrightarrow{U_r} + \overrightarrow{U_L} = \overrightarrow{U_{ME}}$ không đổi hình dạng và vẫn có :

$$\cos\frac{\pi}{6} = \frac{R + r}{Z_{ME}} \rightarrow R + r = \cos\frac{\pi}{6}.Z_{ME} = \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{U_{ME}}{I} = \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{120}{\sqrt{3}} = 60(\Omega)$$

* $P = I'^2(R + r) \rightarrow I' = \sqrt{\frac{P}{R + r}} = \sqrt{\frac{240}{60}} = 2(A); \qquad I'_0 = I'\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\ (A).$

* Tổng trở toàn mạch bây giờ là Z'

$$Z' = \frac{U}{I'} = \frac{IZ}{I'} \quad \text{với } Z = \sqrt{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{60^2 + (20\sqrt{3} - 40\sqrt{3})^2}$$

$$= 40\sqrt{3}(\Omega)$$

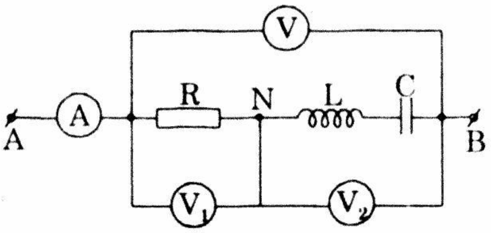
$$\rightarrow Z' = \frac{IZ}{I'} = \frac{\sqrt{3}.40\sqrt{3}}{2} = 60(\Omega)$$

* Độ lệch pha của u toàn mạch và i' toàn mạch là φ.

$$\cos\varphi = \frac{R + r}{Z'} = \frac{60}{60} = 1 \rightarrow \varphi = 0$$

* Vậy u và i' cùng pha nên $i' = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t)\ (A)$.

46 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



Các dụng cụ đo là lý tưởng.

Vôn kế V chỉ 280(V) = $200\sqrt{2}$ (V)

Ampe kế chỉ 2(A).

Các vôn kế V_1 và V_2 chỉ như nhau. Khi đổi chỗ R và L thì số chỉ của vôn kế V_1 vẫn không đổi. Tìm R, Z_L, Z_C.

Giải

* Vôn kế V chỉ U toàn mạch; $Z = \dfrac{U}{I} = \dfrac{200\sqrt{2}}{2} = 100\sqrt{2}\ (\Omega)$

$$Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = (100\sqrt{2})^2 \qquad (1)$$

* Vôn kế V_1 và V_2 chỉ $U_{AN} = I.R$ và $U_{NB} = I\,|Z_L - Z_C|$.

Suy ra : $R = |Z_L - Z_C|$ (2)

* Đưa (1) vào (2) ta có : $Z^2 = 2R^2 \rightarrow R = \dfrac{Z}{\sqrt{2}} = \dfrac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100(\Omega)$.

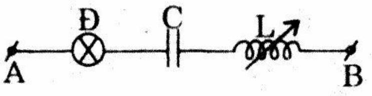
* Khi hoán vị R và Z_L; dòng và hiệu điện thế toàn mạch vẫn như cũ, số chỉ của vôn kế V_1 như cũ nghĩa là :

$$R = Z_L \rightarrow Z_L = 100(\Omega)$$

* Từ (2) suy ra : + $R = Z_L - Z_C \rightarrow Z_C = Z_L - R = 0(\Omega)$ (loại)

+ $R = -(Z_L - Z_C) \rightarrow Z_C = R + Z_L = 100 + 100 = 200(\Omega)$.

47 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



Đèn Đ ghi : 30V – 30W

$C = \dfrac{1}{3\pi}.10^{-3}$F; L biến đổi được. A và B có $u = 60\sin 100\pi t$ (V).

Tìm L để đèn sáng bình thường ? Nếu L tăng lên gấp đôi thì độ sáng của đèn thay đổi thế nào ?

Giải

* Xem đèn là một điện trở hoạt động có dòng định mức là I_0

$$I_0 = \frac{P_{dm}}{U_{dm}} = \frac{30}{30} = 1(A)$$

Có điện trở R : $R = \dfrac{U_{dm}}{I_0} = \dfrac{30}{1} = 30(\Omega)$

* Muốn đèn sáng bình thường thì dòng thực tế qua đèn $I = I_0$ nên :

$$Z = \frac{U}{I_0} = \frac{60}{\sqrt{2}.1} = 30\sqrt{2}\,(\Omega).$$

* $Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 \quad \rightarrow \quad Z_L = Z_C \pm \sqrt{Z^2 - R^2}$

* $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{1}{3\pi}.10^{-3}} = 30(\Omega);$

$\sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(30\sqrt{2})^2 - 30^2} = 30(\Omega)$

* Vậy để $Z_L \neq 0$ thì : $Z_L = Z_C + \sqrt{Z^2 - R^2} = 30 + 30 = 60(\Omega)$

$$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{60}{100\pi} = \frac{0,6}{\pi}\,(H)$$

* Nếu L tăng gấp đôi thì : $Z_{L'} = 2Z_L = 120(\Omega)$

$$Z' = \sqrt{R^2 + (Z_{L'} - Z_C)^2} = \sqrt{30^2 + (120 - 30)^2} \approx 95\Omega$$

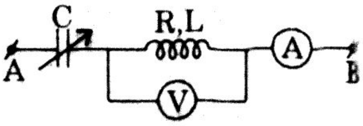
$$I' = \frac{U}{Z'} = \frac{60}{\sqrt{2}.95} \approx 0,45A.$$

* Vì $I' < I_0$ nên đèn tối hơn bình thường.

48 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

AB có $u = 126\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

$L = \dfrac{4}{\pi}H = 1,272$ (H)



Điều chỉnh C sao cho số chỉ của vôn kế là lớn nhất bằng 210(V).

1. Tìm R, C ?
2. Tìm số chỉ của ampe kế ?

Giải

1.* Vôn kế chỉ $U_{cd} = IZ_{cd} = \dfrac{UZ_{cd}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$ (1)

* Với $Z_{cd} = \sqrt{R^2 + Z_L^2}$ = const nên U_{cd} cực đại khi I cực đại (có cộng hưởng).
Lúc đó $Z_L = Z_C$.

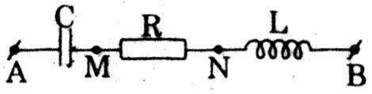
* $Z_L = \omega L = 100\pi.\dfrac{4}{\pi} = 400(\Omega)$ và $C = \dfrac{1}{\omega Z_L} = \dfrac{1}{100\pi.400} = \dfrac{1}{4\pi}.10^{-4}$ (F)

Lúc này $I_{max} = \frac{U}{Z_{min}} = \frac{U}{R}$ và $U_{cd\,max} = I_{max}Z_{cd} = \frac{U\sqrt{R^2+Z_L^2}}{R}$

$$\rightarrow \quad R = \frac{Z_L}{\sqrt{\left(\frac{U_{cd\,max}}{U}\right)^2 - 1}} = \frac{400}{\sqrt{\left(\frac{210}{126}\right)^2 - 1}} = \frac{400}{\sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 - 1}} = \frac{400}{\sqrt{\frac{16}{9}}} = 300(\Omega).$$

2. Ⓐ chỉ I_{max} lúc có cộng hưởng nên : $I_{max} = \frac{U}{R} = \frac{126}{300} = 0{,}42(A)$.

49 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ. AB có $u = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V) thì $i = 2\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (A). Biết u_{AN} vuông pha với u_{MB}.



1. Tìm R, L, C ? Biết cuộn dây thuần cảm.

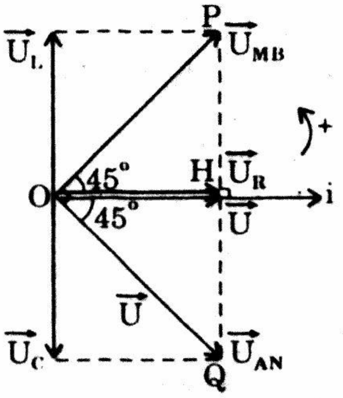
2. Tìm $u_{AN}(t)$; $u_{MB}(t)$? Vẽ các giản đồ của các hiệu điện thế.

Giải

1. * Từ các giả thiết đã cho suy ra u và i cùng pha, $\varphi = 0^\circ$, khi đó có cộng hưởng trong mạch và $Z_L = Z_C$ (1)

và $U_L = U_C$ (2)

* Vẽ giản đồ với u_{AN} vuông pha với u_{MB}.



Với $\overrightarrow{U_{MB}} = \overrightarrow{U_R} + \overrightarrow{U_L}$;

$\overrightarrow{U_{AN}} = \overrightarrow{U_C} + \overrightarrow{U_R}$;

$\overrightarrow{U_{MB}} \perp \overrightarrow{U_{AN}}$; $\widehat{\vec{U}, \overrightarrow{U_R}} = 0^\circ$

nên ΔOQP vuông cân.

* ΔOHP = ΔOHQ và các Δ là vuông cân.

* Vậy $U_L = U_C = U_R$ (3)

$\rightarrow \quad R = Z_L = Z_C$

* $Z = \frac{U}{I} = \frac{200}{2} = 100\Omega$;

$Z_{min} = 100\Omega$ (vì cộng hưởng) với $Z_{min} = R = 100\Omega$

* $Z_L = R = 100\Omega \quad \rightarrow \quad L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{100}{100\pi} = \frac{1}{\pi}(H)$

* $Z_C = \frac{1}{\omega C} = R \quad \rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.100} = \frac{1}{\pi}.10^{-4}(F)$.

2.* $Z_{MB} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2} = 100\sqrt{2}\,(\Omega)$

$U_{0MB} = I_0 Z_{MB} = 2\sqrt{2}.100\sqrt{2} = 400\ (V)$

u_{MB} sớm pha hơn i một góc $\frac{\pi}{4}$ (từ giản đồ) → $u_{MB} = 400\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(V)$

* $Z_{AN} = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2} = 100\sqrt{2}\,(\Omega)$

$U_{0AN} = I_0 Z_{AN} = 2\sqrt{2}.100\sqrt{2} = 400\ (V)$

u_{AN} muộn pha hơn i một góc $\frac{\pi}{4}$ nên : $u_{AN} = 400\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)(V)$.

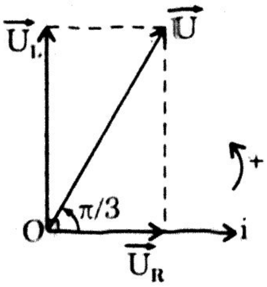
50 Một cuộn dây có R, L mắc vào mạng xoay chiều $u = U_0\sin 100\pi t$ (V). Dòng qua cuộn dây I = 10(A) lệch pha với u một góc $\frac{\pi}{3}$. Công suất mạch 200W.

1. Tìm R, U_0, L ?

2. Ghép nối tiếp vào cuộn dây trên với tụ có C thay đổi rồi mắc vào hiệu điện thế trên. Tìm C để dòng đạt cực đại ? Tìm I cực đại đó.

Giải

1.* Mạch có R nối tiếp với L.



* $P = I^2R \quad \rightarrow \quad R = \frac{P}{I^2} = \frac{200}{10^2} = 2(\Omega)$

* $U_L = U_R \text{tg}\frac{\pi}{3}$ hay $\text{tg}\frac{\pi}{3} = \frac{Z_L}{R} \rightarrow Z_L = R\text{tg}\frac{\pi}{3}$

$Z_L = 2\sqrt{3}\,(\Omega) \quad \rightarrow \quad L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{2\sqrt{3}}{100\pi} \approx 0{,}011\ (H)$.

$U_{0R} = I_0R = I\sqrt{2}.R = 10\sqrt{2}.2 = 20\sqrt{2}\ (V)$; $\quad U_0 = \frac{U_{0R}}{\cos\frac{\pi}{3}} = \frac{20\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} = 40\sqrt{2}\,(V)$.

2.* Để I_{max} thì : $Z_{min} = R$ và $Z_L = Z_C = \frac{1}{\omega C}$

$$\rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega Z_L} = \frac{1}{100\pi.2\sqrt{3}} \approx 9{,}18.10^{-4}\ (F)$$

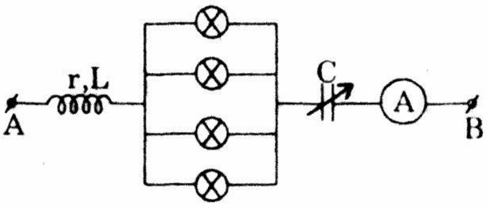
* $I_{max} = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{\sqrt{2}.R} = \frac{40\sqrt{2}}{\sqrt{2}.2} = 20\ (A)$.

51 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

AB có $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

Bốn đèn như nhau, mỗi đèn ghi 80V – 20W; L = 0,127(H); r = 40Ω.

Tụ điện có C thay đổi được.



1. Khi $C = C_1 = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}$ F thì các đèn có sáng bình thường không ? Vì sao ?

Tìm số chỉ có được của ampe kế ?

2. Tìm giá trị $C = C_2$ để đèn sáng bình thường.

Giải

1. * $Z_L = \omega L = 100\pi.0,127 \approx 40(\Omega)$; $\quad Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{2\pi}.10^{-4}} = 200\ (\Omega)$

* Các đèn xem là điện trở hoạt động có dòng định mức là :

$$I_{dm} = \frac{P_{dm}}{U_{dm}} = \frac{20}{80} = 0,25\ (A) \text{ và } R_d = \frac{U_{dm}}{I_{dm}} = \frac{80}{0,25} = 320(\Omega)$$

* Thay 4 đèn song song bằng R tương đương : $R = \frac{R_d}{4} = \frac{320}{4} = 80(\Omega)$

* Tổng trở toàn mạch :

$$Z = \sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{(80+40)^2 + (40-200)^2} = 200(\Omega)$$

* Số chỉ của ampe kế là : $I = \frac{U}{Z} = \frac{120}{200} = 0,6\ (A)$

* Dòng thực tế cung cấp cho từng đèn là $I_d = \frac{I}{4} = \frac{0,6}{4} = 0,15(A)$

Dòng này bé hơn $I_{dm} = 0,25(A)$ nên đèn tối hơn bình thường.

2. * Để đèn sáng bình thường thì $I_d = I_{dm} = 0,25(A)$; dòng toàn mạch là :

$$I = 4.I_d = 4.0,25 = 1(A)$$

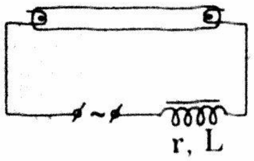
* Lúc đó $Z = \frac{U}{I} = \frac{120}{1} = 120(\Omega)$

* Từ biểu thức tổng quát của Z suy ra : $Z_{C_2} = Z_L \pm \sqrt{Z^2 - (R+r)^2}$

Với $Z_L = 40\Omega$; $\sqrt{Z^2 - (R+r)^2} = \sqrt{120^2 - (80+40)^2} = 0$ thì $Z_{C_2} = Z_L = 40\Omega$ (mạch có cộng hưởng).

Và $C_2 = \dfrac{1}{\omega Z_{C_2}} = \dfrac{1}{100\pi.40} = \dfrac{1}{4\pi}.10^{-3}$ **(F)**.

52 Một bóng đèn huỳnh quang có công suất P = 40(W) hoạt động với dòng điện I = 0,4(A) nối tiếp với một chấn lưu (r = 20Ω; L). Nguồn xoay chiều có U = 220V; f = 50Hz. Tìm L để đèn sáng bình thường ? Cần mắc nối tiếp vào mạch tụ điện C bằng bao nhiêu để dòng qua đèn max (hay cosφ = 1).



Giải

* Hiệu điện thế trên đèn $U_d = \dfrac{P_d}{I_d} = \dfrac{40}{0,4} = 100(V)$

Đèn sáng bình thường khi cung cấp đủ $U_d = 100(V)$ và dòng qua mạch là I = 0,4 A.

* $U_r = Ir = 0,4.20 = 8(V)$

* $U_L = \omega L.I = 2\pi fLI = 100\pi.0,4L = 40\pi L$ (V)

* Ta có : $\vec{U} = \vec{U_d} + \vec{U_r} + \vec{U_L}$ và $U^2 = U_L^2 + (U_d + U_r)^2$

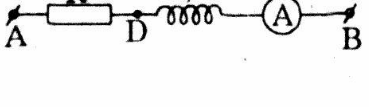
$$\rightarrow \quad U_L = \sqrt{U^2 - (U_d + U_r)^2} = \sqrt{(220)^2 - (100 + 8)^2} \approx 192(V)$$

* $$L = \frac{U_L}{40\pi} = \frac{192}{40\pi} \approx 1,53 \text{ (H)}.$$

* Khi mắc thêm C nối tiếp vào mạch, cosφ = 1, I_{max} mạch có cộng hưởng; và $Z_L = Z_C$; $Z_L = \dfrac{U_L}{I_{max}} = \omega L = 100\pi.1,53 = 481(\Omega)$

$$\rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega Z_L} = \frac{1}{100\pi.481} = 6,6.10^{-6}(F) = 6,6(\mu F).$$

53 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



AB có $u = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

$r = 180(\Omega)$.

Dùng vôn kế nhiệt ($R_V = \infty$) đo được : $U_{AD} = 70(V)$; $U_{DB} = 150(V)$.

1. Tìm số chỉ của ampe kế ?
2. Mắc nối tiếp vào mạch tụ C. Tìm C để toàn mạch có $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Viết i(t) ?

Giải

1. * $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_r + \vec{U}_L = \vec{U}_R + \vec{U}_{cd}$

* $U^2 = (U_R + U_r)^2 + U_L^2$ (1)

$U_{cd}^2 = U_r^2 + U_L^2$ (2)

* Giải (1) và (2) ta có : $U_r = \dfrac{U^2 - U_R^2 - U_{cd}^2}{2U_R} = \dfrac{200^2 - 70^2 - 150^2}{2.70} \approx 112(V)$

* Ampe kế chỉ $I = \dfrac{U_r}{r} = \dfrac{112}{180} \approx 0,62$ (A).

2. * Từ câu (1) ta có : $R = \dfrac{U_R}{I} = \dfrac{70}{0,62} \approx 113(\Omega)$

$U_L = \sqrt{U_{cd}^2 - U_r^2} = \sqrt{150^2 - 112^2} \approx 100(V)$;

$Z_L = \dfrac{U_L}{I} = \dfrac{100}{0,62} \approx 161(\Omega)$

* Để $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ thì $\cos\varphi = \dfrac{R + r}{Z} \rightarrow Z = \dfrac{R + r}{\cos\varphi} = \dfrac{113 + 180}{\dfrac{1}{\sqrt{2}}} = 293\sqrt{2}\,(\Omega)$

* $Z = \sqrt{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} \quad \rightarrow \quad Z_C = Z_L \pm \sqrt{Z^2 - (R + r)^2}$

$\sqrt{Z^2 - (R + r)^2} = \sqrt{(293\sqrt{2})^2 - (113 + 180)^2} = 293(\Omega) > Z_L = 161(\Omega)$

Vậy : $Z_C = Z_L + \sqrt{Z^2 - (R + r)^2} = 161 + 293 = 454(\Omega)$

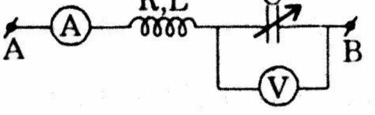
* $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} \quad \rightarrow \quad C = \dfrac{1}{\omega Z_C} = \dfrac{1}{100\pi.454} \approx 7.10^{-6}(F) = 7(\mu F)$

* $I_0 = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{200}{293\sqrt{2}} \approx 0,34\sqrt{2}\,(A)$

* $\mathrm{tg}\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{R + r} = \dfrac{161 - 454}{113 + 180} = -1 \rightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{4}$; u muộn pha hơn i

Vậy : $i = 0,34\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)(A)$.

54 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



A và B có $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

$R = 120(\Omega)$; $R_a = 0$; $R_V = \infty$

Ampe kế chỉ 0,6(A); vôn kế chỉ 132(V).

1. Tìm L và C để i sớm pha hơn u.
2. Thay đổi C để vôn kế chỉ 120(V). Tính C và số chỉ của ampe kế. Cho $\pi = 3,14$.

Giải

1. * Vôn kế chỉ $U_C = 132(V)$; ampe kế chỉ $I = 0,6(A)$ nên :

$$Z_C = \frac{U_C}{I} = \frac{132}{0,6} = 220(\Omega)$$

* $Z = \frac{U}{I} = \frac{120}{0,6} = 200(\Omega)$

* $Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 \rightarrow Z_L = Z_C \pm \sqrt{Z^2 - R^2}$

$$Z_L = 220 \pm \sqrt{200^2 - 120^2} = 220 \pm 160 = \left[\begin{array}{l} 380(\Omega) \\ 60(\Omega) \end{array}\right.$$

* Do i sớm pha hơn u nên u muộn pha hơn i; mạch có tính dung kháng nên $Z_C > Z_L$; ta chọn $Z_L = 60(\Omega)$ và $L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{60}{100\pi} = \frac{0,6}{\pi}(H) \approx 0,191\ (H)$

2. * Khi vôn kế chỉ 120V thì : $U'_C = 120(V)$.

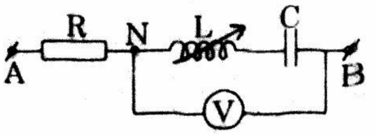
* $U'_C = I'Z'_C = \frac{UZ'_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z'_C)}} \rightarrow 120 = \frac{120Z'_C}{\sqrt{120^2 + (60 - Z'_C)^2}}$

$$\rightarrow Z'_C = 150(\Omega)$$

Lúc này $C' = \frac{1}{\omega Z'_C} = \frac{1}{100\pi.150} = 21,2.10^{-6}(F) = 21,2(\mu F)$

và $I' = \frac{U'_C}{Z'_C} = \frac{120}{150} = 0,8(A) \rightarrow$ Ampe kế chỉ 0,8(A).

55 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$R = 100\sqrt{3}\ (\Omega)$; $u_{AB} = U\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$

Khi $L = \frac{2}{\pi}(H)$ thì vôn kế chỉ $U_{NB} = \frac{1}{2}U$ và u_{AB} trễ pha với i. Tìm L để vôn kế chỉ số 0.

Giải

* $U_{NB} = I|Z_L - Z_C| = \frac{U|Z_L - Z_C|}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{2}U$

$$\frac{|Z_L - Z_C|}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{2} \qquad (1)$$

* Bình phương (1) và biến đổi : $(Z_L - Z_C)^2 = \frac{R^2}{3} \rightarrow Z_C = Z_L \pm \frac{R}{\sqrt{3}}$ (2)

* Thay số : $Z_L = \omega L = 100\pi.\frac{2}{\pi} = 200(\Omega)$

$$Z_C = 200 \pm \frac{100\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 200 \pm 100 = \left[\begin{array}{l}300(\Omega)\\100(\Omega)\end{array}\right.$$

* Vì u_{AB} trễ pha hơn i nên mạch có tính dung kháng $Z_C > Z_L$ nên ta chỉ chọn $Z_C = 300(\Omega)$.

+ Do $U_{NB} = I|Z_L - Z_C| = \frac{U|Z_L - Z_C|}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$ nên để $U_{NB} = 0$ (vôn kế chỉ 0) ta phải chọn $Z_L = Z_C = 300(\Omega)$.

+ $L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{300}{100\pi} = \frac{3}{\pi}(H)$

+ Lúc này có cộng hưởng $I_{max} = \frac{U}{R} \neq 0$ nhưng do tính sớm pha và muộn pha của mạch NB khử nhau nên U_{NB} vẫn bằng 0.

Chủ đề 6

CÁC BÀI TOÁN CỰC TRỊ

* *Tìm một đại lượng vật lý thỏa mãn điều kiện số chỉ Ⓐ, Ⓥ max, công suất tiêu thụ max.*

- ***Số chỉ Ⓐ max***

+ $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$, $I = \frac{U}{Z}$

+ *U = const,* $I_{max} \leftrightarrow Z_{min} = R$ *và* $Z_L = Z_C$ *(CỘNG HƯỞNG)*

+ *Dựa vào điều kiện tìm L hoặc C và tính* $I_{max} = \frac{U}{R}$.

- ***Số chỉ Ⓥ max***

+ *Dùng định luật ôm cho U đoạn mạch do Ⓥ chỉ.*

+ *Nếu Ⓥ không mắc vào 2 đầu đoạn mạch có điện trở thay đổi thì*

$U_L = IZ_L$, $Z_L = const \to I_{max} \leftrightarrow U_{L\,max}$ *(có CỘNG HƯỞNG) và* $Z_L = Z_C$.

+ *Nếu* Ⓥ *mắc vào 2 đầu đoạn mạch có điện trở biến đổi (như mắc vào 2 đầu C) thì* $U_C = \dfrac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$; *tìm* Z_C *cho* U_C *max ta dùng khảo sát cực trị bằng đạo hàm, dùng giản đồ vectơ để biện luận, dùng hệ quả của bất đẳng thức Cauchy, hoặc tìm cách đưa về một hàm bậc 2 rồi tìm tọa độ đỉnh của parabol.*

- ***Công suất của mạch là max***

+ *Dùng* $P = I^2R$

+ *Với R = const, tìm C hoặc L để* P_{max}

$$P = I^2R;\ I_{max} \leftrightarrow P_{max}\ \text{(có CỘNG HƯỞNG)};\ Z_L = Z_C$$

+ *Với R đổi*

$$P = I^2R = \frac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

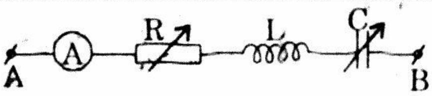
Tìm R để P_{max} *bằng cách : khảo sát cực trị bằng đạo hàm, hệ quả của bất đẳng thức Cauchy.*

- ***Chú ý :***

+ *Chỉ có cộng hưởng khi* $Z_L = Z_C$, I_{max}

+ *Các hiệu điện thế của các đoạn mạch cục bộ hoặc công suất toàn mạch cực đại chưa hẳn mạch có CỘNG HƯỞNG.*

56 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$R_a = 0$; $L = \dfrac{2}{\pi}$(H); AB có U = 120V; f = 50Hz.

a) Cho R = 100(Ω); điều chỉnh C để Ⓐ chỉ max. Tìm C và I_R ?

b) Cho $C = \dfrac{1}{5\pi}.10^{-3}$(F). Tìm R để công suất tiêu thụ của mạch là cực đại. Tìm giá trị cực đại này ?

Giải

* $\omega = 2\pi f = 2\pi.50 = 100\pi$ (rad/s)

a) *Tìm C để* I_{max} (C là biến số → Z_C là biến số do ω = const, và C ≠ const.

* $Z_L = \omega L = 100\pi.\dfrac{2}{\pi} = 200(\Omega)$

* $I = \dfrac{U}{Z}$;   U = const; $I_{max} \leftrightarrow Z_{min} = R$

và $Z_L = Z_C = \dfrac{1}{\omega C}$ → $C = \dfrac{1}{\omega Z_L}$

* $C = \dfrac{1}{\omega Z_L} = \dfrac{1}{100\pi.200} = \dfrac{1}{2\pi}.10^{-4}$ (F)

* Dòng qua R lúc đó là $I_{max} = \dfrac{U}{Z_{min}} = \dfrac{U}{R} = \dfrac{120}{100} = 1,2$ (A).

b) *Tìm R để P_{max}* (R là biến số, Z_L và Z_C = const)

* $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{1}{5\pi}.10^{-3}} = 50(\Omega)$

* $$P = I^2R = \frac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{R + \dfrac{(Z_L - Z_C)^2}{R}} = \frac{const}{a + b} = \frac{const}{y} \qquad (1)$$

* Để P_{max} thì y_{min}.

* Với $a.b = R.\dfrac{(Z_L - Z_C)^2}{R} = (Z_L - Z_C)^2$ = const; theo bất đẳng thức Cauchy thì y = a + b sẽ min khi a = b.

$$R = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R} \qquad (2)$$

* (2) suy ra : $R = |Z_L - Z_C| = |200 - 50| = 150(\Omega)$

* Kết hợp (1) và (2) ta có : $P_{max} = \dfrac{U^2}{2R} = \dfrac{120^2}{2.150} = 48(W)$

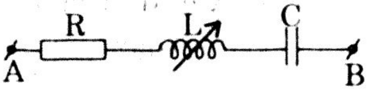
(Chú ý lúc này : $I = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + R^2}} = \dfrac{U}{R\sqrt{2}}$

$$I = \frac{120}{100\sqrt{2}} \approx 0,85A \neq I_{max} = 1,2A.$$

Như vậy dù P_{max}, mạch vẫn không có CỘNG HƯỞNG điện).

57 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ. R = 100Ω, $C = \dfrac{1}{2\pi}.10^{-4}$ (F)

AB có $u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V). Tìm L trong các trường hợp sau :



a) U_C max. Tìm $U_{C\,max}$?

b) Công suất tiêu thụ của mạch cực đại. Tìm P_{max} ?

c) U_L max.

Giải

* $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{1}{2\pi}.10^{-4}} = 200\Omega = \text{const}$; $R = 100\Omega = \text{const}$.

a) ***Tìm L để U_C max :***

* $U_C = IZ_C$; $Z_C = \text{const}$, $U_C \max \leftrightarrow I_{\max}$;

lúc đó $Z_{\min} = R$ và $Z_L = Z_C$ (có cộng hưởng)

* $Z_L = \omega L = Z_C \rightarrow L = \dfrac{Z_C}{\omega} = \dfrac{200}{100\pi} = \dfrac{2}{\pi}(H)$

* $I_{\max} = \dfrac{U}{Z_{\min}} = \dfrac{U}{R} = \dfrac{100}{100} = 1A$; $U_{C\max} = I_{\max}Z_C = 1.200 = 200(V)$.

b) ***Tìm L để P_{max} :***

* $P = I^2R$; $R = \text{const}$, $P_{\max} \leftrightarrow I_{\max}$ (như câu a). Vậy $I_{\max} = 1A$.

* Lúc đó : $L = \dfrac{2}{\pi}(H)$

* $P_{\max} = I^2_{\max}R = 1^2.100 = 100(W)$.

c) ***Tìm L để U_L max :*** (Z_L là biến số).

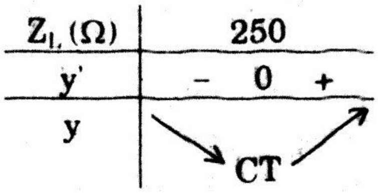
* $U_L = IZ_L = \dfrac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \dfrac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2}}} = \dfrac{\text{const}}{\sqrt{y}}$. (1)

* Để $U_{L\max}$ thì $y_{\min}$. Ta khảo sát cực trị của hàm số y.

* *Cách 1* :

+ $y = \dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2} \rightarrow y' = \dfrac{2}{Z_L^3}[Z_LZ_C - (R^2 + Z_C^2)]$ (2)

+ Cho $y' = 0 \rightarrow Z_L = \dfrac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$ (3)



$Z_L = \dfrac{100^2 + 200^2}{200} = 250(\Omega)$.

+ Xét dấu của y'. Từ bảng xét dấu suy ra khi $Z_L = 250\Omega$ thì $y_{\min}$ nên U_L max.

+ $Z_L = \omega L \rightarrow L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{250}{100\pi} = \dfrac{2,5}{\pi}(H)$.

* *Cách 2* :

$$+\quad y = \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_L^2} - 2\frac{Z_C}{Z_L} + 1 \qquad (4)$$

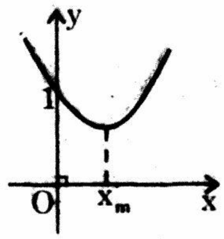
+ Đặt $R^2 + Z_C^2 = a > 0$; $-2Z_C = b$; $c = 1$; $\frac{1}{Z_L} = x$ thì (4) có dạng :

$$y = ax^2 + bx + c \qquad (5)$$

+ (5) với $a > 0$ nên y có cực tiểu làm $U_{L\,max}$

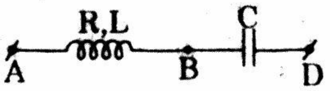
+ Tọa độ đỉnh : $x_M = -\frac{b'}{a} = -\frac{-Z_C}{R^2 + Z_C^2} = \frac{1}{Z_L}$

$$\rightarrow \quad Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \qquad (6) \quad \text{(giống (3))}.$$



58 Cho mạch AD có u xoay chiều tần số f.

Dùng ampe kế nhiệt đo dòng qua mạch ta thấy $I = 0,2(A)$; dùng vôn kế nhiệt đo các hiệu điện thế ta thấy $U_{AD} = 120(V)$; $U_{AB} = 160(V)$; $U_{BD} = 56(V)$. Biết $R_a = 0$; các $R_V = \infty$.



a) Tìm Z toàn mạch, Z_{cd} của cuộn dây; Z_C của tụ.

b) Thay đổi f đến giá trị $f_m = 39,8(Hz)$ thì I_{max}. Tìm L, C và tần số f ở câu a.

Giải

a)

$$Z_C = \frac{U_{BD}}{I} = \frac{56}{0,2} = 280(\Omega) \qquad (1)$$

$$Z_{cd} = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{160}{0,2} = 800(\Omega) \qquad (2)$$

$$Z = \frac{U_{AD}}{I} = \frac{120}{0,2} = 600(\Omega). \qquad (3)$$

b)* Khi $f_m = 39,8\Omega$; $\omega_m = 2\pi f_m$ thì I_{max}. Mạch có cộng hưởng. Lúc đó:

$$Z'_L = Z'_C \text{ hay } \omega_m L = \frac{1}{\omega_m C}$$

$$\rightarrow \quad LC = \frac{1}{\omega_m^2} = \frac{1}{4\pi^2 f^2} = \frac{1}{4(3,141)^2.(39,8)^2} \approx 16.10^{-6} \qquad (4)$$

* Ở câu a, ta có : Bình phương (1), (2), (3) rồi cộng chúng lại theo vế ta có :

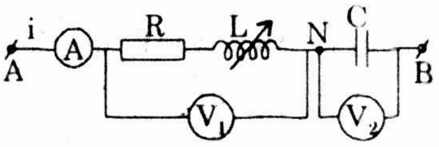
$$Z_L Z_C = \frac{Z_C^2 + Z_{cd}^2 - Z^2}{2} = \omega L \cdot \frac{1}{\omega C} = \frac{L}{C} \qquad \text{với } \omega = 2\pi f.$$

Thay số : $\dfrac{L}{C} = \dfrac{280^2 + 800^2 - 600^2}{2} = 0{,}1792.10^6$ (5)

* Giải (4) và (5) ta có : $L \approx 1{,}69(H)$ và $C = 9{,}5(\mu F)$

* Với $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{2\pi f C} \rightarrow f = \dfrac{1}{2\pi C.Z_C} = \dfrac{1}{2.3{,}14.9{,}5.10^{-6}.280} \approx 60Hz.$

59 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



AB có $u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

(A) chỉ 0,5(A); (V_2) chỉ 100(V)

i trễ pha hơn u một góc $\dfrac{\pi}{3}$; $R_a = 0$, $R_V = \infty$

a) Tìm R, L, C.

b) Thay đổi L. Tìm L để : i) P_{max}.

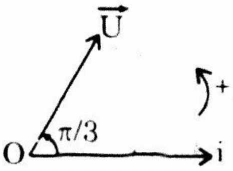
ii) (V_1) chỉ max.

Giải

a)* $Z_C = \dfrac{U_C}{I} = \dfrac{100}{0{,}5} = 200(\Omega)$ ((V_2) chỉ $U_C = 100V$)

* $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} \rightarrow C = \dfrac{1}{\omega Z_C} = \dfrac{1}{100\pi.200} = \dfrac{1}{2\pi}.10^{-4}(F) \approx 15{,}9(\mu F)$

* $Z = \dfrac{U_{AB}}{I} = \dfrac{100}{0{,}5} = 200\Omega$



* $\cos\varphi = \cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2} = \dfrac{R}{Z} \rightarrow R = \dfrac{Z}{2} = \dfrac{200}{2} = 100(\Omega)$

* $tg\varphi = tg\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} \rightarrow Z_L = Z_C + R\sqrt{3} = 200 + 100\sqrt{3} \approx 373(\Omega)$

$Z_L = \omega L \rightarrow L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{373}{100\pi} = \dfrac{3{,}73}{\pi} \approx 1{,}19(H).$

b) i) *Tìm L để P_{max}* : R và Z_C = const, $Z_L \neq$ const

* $P = I^2R$; R = const; $P_{max} \leftrightarrow I_{max}$ (có cộng hưởng).

Khi đó : $Z_L = Z_C = \omega L \rightarrow L = \dfrac{Z_C}{\omega} = \dfrac{200}{100\pi} = \dfrac{2}{\pi}(H) \approx 0{,}636(H).$

ii) *Tìm L để (V_1) chỉ max* :

* V_1 chỉ $U_{AN} = IZ_{AN} = \dfrac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U\sqrt{y}$,

* Với $y = \dfrac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$. Đạo hàm bậc 1 của y theo Z_L ta có :

$$y' = \frac{2Z_C(-Z_L^2 + Z_C Z_L + R^2)}{\left[R^2 + (Z_L - Z_C)^2\right]^2}$$

* Cho y' = 0; giải phương trình bậc hai $-Z_L^2 + Z_C + Z_L + R^2 = 0$, ta có :

$$Z_L = 100 \pm 100\sqrt{2}.$$

$Z_L(\Omega)$		$100 - 100\sqrt{2}$		$100 + 100\sqrt{2}$	
y'	−	0	+	0	−
y			↗	CĐ	↘

* Lập bảng xét dấu. Vì $Z_L > 0$ nên ta chỉ chọn $Z_L = 100 + 100\sqrt{2}$.

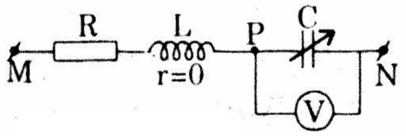
Từ bảng xét dấu ta có với Z_L ấy thì y_{max} làm cho U_{AN} max.

* $Z_L = \omega L \quad \rightarrow \quad L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{100 + 100\sqrt{2}}{100\pi} = \dfrac{1 + \sqrt{2}}{\pi}(H) \approx 0,77\ (H)$.

60 Cho mạch $R = 100\sqrt{3}\ (\Omega)$, $L = \dfrac{1}{\pi}(H)$

MN có $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$

$R_V = \infty$. Điều chỉnh C để Ⓥ chỉ max. Tìm C, i.



Giải

* $R = 100\sqrt{3}\ (\Omega) = const$; $\quad Z_L = \omega L = 100\pi.\dfrac{1}{\pi} = 100(\Omega) = const$.

* *Cách 1* : Khảo sát cực trị bằng đạo hàm.

+ Ⓥ chỉ $U_C = IZ_C = \dfrac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \dfrac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2}}} = \dfrac{U}{\sqrt{y}}$ (1)

+ Với $y = \dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2}$. Lấy đạo hàm bậc 1 của y theo Z_C ta có :

$$y' = \frac{2}{Z_C^3}\left[Z_L Z_C - (R^2 + Z_L^2)\right] \qquad (2)$$

+ Cho $y' = 0 \quad \rightarrow \quad Z_C = \dfrac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$ (3)

Thay số ta có : $Z_C = 400(\Omega)$.

+ $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} \quad \rightarrow \quad C = \dfrac{1}{\omega Z_C} = \dfrac{1}{100\pi.400} = \dfrac{1}{4\pi}.10^{-4}\,(F)$

+ $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{(100\sqrt{3})^2 + (100 - 400)^2} = 200\sqrt{3}\,(\Omega)$

+ $I_0 = \dfrac{U_o}{Z} = \dfrac{120\sqrt{2}}{200\sqrt{3}} \approx 0{,}49A;$

$tg\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} = \dfrac{100 - 400}{100\sqrt{3}} = -\sqrt{3} \quad \rightarrow \quad \varphi = -\dfrac{\pi}{3}$

Vậy u muộn pha hơn i nên i sớm pha hơn u :

$$i = 0{,}49\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)(A).$$

* *Cách 2* :

+ $y = \dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2} = \dfrac{R^2 + Z_L^2}{Z_C^2} - \dfrac{2Z_L}{Z_C} + 1$ (4)

+ Đặt $a = R^2 + Z_L^2 > 0$; $b = -2Z_L$; $c = 1$; $\dfrac{1}{Z_C} = x$ thì (3) có dạng :

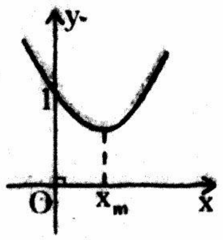
$y = ax^2 + bx + c$ (5)

+ Với a > 0, y có min và làm U_c max.

Tọa độ đỉnh là :

$x_m = -\dfrac{b'}{a} = -\dfrac{-Z_L}{R^2 + Z_L^2} = \dfrac{1}{Z_C}$

$\rightarrow \quad Z_C = \dfrac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$ (6)



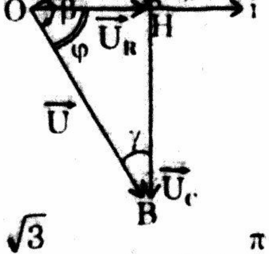
+ Vậy (6) giống (3).

* *Cách 3* : Biện luận từ giản đồ.

+ Với $R = 100\sqrt{3}\,(\Omega)$; $Z_L = 100(\Omega)$;

$Z_{RL} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = 200(\Omega)$

+ Vẽ giản đồ và chú ý



$\sin\alpha = \dfrac{U_R}{U_{RL}} = \dfrac{IR}{IZ_{RL}} = \dfrac{R}{Z_{RL}} = \dfrac{100\sqrt{3}}{200} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \quad \alpha = \dfrac{\pi}{3}$

Dù cho Z toàn mạch (do đó I toàn mạch) biến thiên nhưng $\alpha = \dfrac{\pi}{3}$ vẫn không đổi.

+ ΔAOB có : $\frac{U_C}{\sin\beta} = \frac{U}{\sin\alpha} \rightarrow U_C = \frac{U}{\sin\alpha}.\sin\beta$ (7)

Với U, sinα không đổi, muốn U_C max thì :

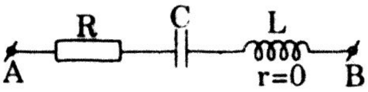
$$(\sin\beta)_{max} = 1 \rightarrow \beta = \frac{\pi}{2}\ (\overrightarrow{U_{RL}} \perp \vec{U})$$

+ ΔOHA có $\alpha = 60^\circ$, $\beta - |\varphi| = 30^\circ = 90^\circ - |\varphi| \rightarrow |\varphi| = 60^\circ$

+ ΔOHB có $\gamma = 30^\circ \rightarrow U_{RL} = \frac{1}{2}U_C$; $IZ_{RL} = \frac{1}{2}Z_C I \rightarrow Z_C = 2Z_{RL}$

Vậy : $Z_C = 2Z_{RL} = 2.200 = 400(\Omega)$.

61 Cho mạch xoay chiều :



$L = 0,318(H)$; $R = 100(\Omega)$; $C = 31,8(\mu F)$

AB có $u = 120\sqrt{2}\sin(2\pi ft)$ (V); trong đó f biến thiên.

a) Khi $f = f_0$, công suất tiêu thụ trên mạch AB là cực đại. Tìm f_0 ? Tìm P_{max} ? Phác họa đồ thị của P theo ω (với $\omega = 2\pi f$).

b) Với $P < P_{max}$; chứng tỏ rằng có hai giá trị của ω là ω_1, ω_2 cho cùng một công suất. Tìm liên hệ giữa ω_1 và ω_2 với ω_0 ($\omega_0 = 2\pi f_0$).

Giải

a) * Do chỉ có f biến thiên nên $Z_L = \omega L = 2\pi fL$ và $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$ biến thiên (dù L, C, R = const)

* $P = I^2R$; R = const; $P_{max} \leftrightarrow I_{max}$.

Mạch có cộng hưởng và $Z_L = Z_C$ hay $2\pi f_0 L = \frac{1}{2\pi f_o C}$

$$\rightarrow f_o^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC} \text{ hay } f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

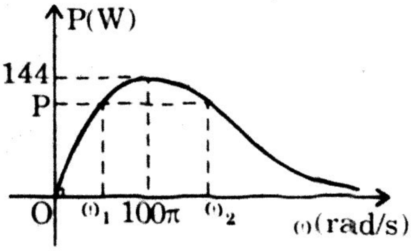
* Với $L = 0,318 = \frac{1}{\pi}(H)$; $C = 31,8(\mu F) = \frac{1}{\pi}.10^{-4}(F)$

nên $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi}.\frac{1}{\pi}.10^{-4}}} = 50(Hz)$; $\omega_0 = 2\pi f_0 = 100\pi\ (rad/s) = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

* Lúc đó $I_{max} = \frac{U}{R} = \frac{120}{100} = 1,2A$;

$$P_{max} = I_{max}^2 R = (1,2)^2.100 = 144(W)$$

* Hàm số P tổng quát : $P = I^2R = \dfrac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$;



với $\omega_0 = 100\pi$ thì $P_{max} = 144W$

+ $\omega = 0$; $Z_L = 0$; $Z_C \to \infty$; $P \to 0$

+ $\omega \to \infty$; $Z_L \to \infty$; $Z_C = 0$; $P \to 0$

Trục Oω là đường tiệm cận của đồ thị $P = f(\omega)$.

b)* Từ đồ thị; Khi $P < P_{max}$ rõ ràng có hai giá trị ω_1 và ω_2 tương ứng; Lúc đó $Z_L \neq Z_C$.

* Từ công thức P, biến đổi ta có : $Z_L - Z_C = \pm\sqrt{\dfrac{U^2R}{P} - R^2}$ (1)

* Vậy : $\omega_1 L - \dfrac{1}{\omega_1 C} = +\sqrt{\dfrac{U^2R}{P} - R^2}$ (2)

$\omega_2 L - \dfrac{1}{\omega_2 C} = +\sqrt{\dfrac{U^2R}{P} - R^2}$ (3)

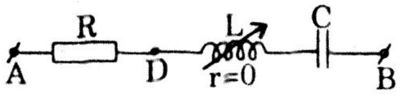
* Từ (2) và (3) chú ý thêm $\omega_o^2 = \dfrac{1}{LC}$ ta có :

$$\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = -\left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right) \to \omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC} = \omega_o^2$$

* Vậy : $\omega_o^2 = \omega_1.\omega_2$ (4)

62 Cho mạch : $R = 40(\Omega)$; $C = 31,8(\mu F)$; L biến thiên. -

A và B có U xoay chiều ổn định.



a) Khi $L = \dfrac{3}{5\pi}$ (H) thì $u_{BD} = 80\sin\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{3}\right)$(V).

α) Tìm i(t) và $u_{AB}(t)$?

β) Tìm điện lượng qua thiết diện dây dẫn trong thời gian $\dfrac{1}{4}T$ kể từ khi $i = 0$.

b) Cho L biến thiên từ $0 \to \infty$.

α) Tìm L để U_L max. Tìm U_L max ?

β) Phác họa đồ thị của U_L phụ thuộc L ?

Giải

a)α) * $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{1}{\pi}.10^{-4}} = 100(\Omega)$; $Z_L = \omega L = 100\pi.\dfrac{3}{5\pi} = 60(\Omega)$

* $Z_{DB} = |Z_L - Z_C| = |60 - 100| = 40(\Omega)$;

$I_0 = \dfrac{U_{0DB}}{Z_{DB}} = \dfrac{80}{40} = 2(A)$

* $tg\varphi_{DB} = \dfrac{Z_L - Z_C}{R}$ với $Z_L - Z_C < 0$

và $R \to 0$ thì $tg\varphi_{DB} = -\infty$ và $\varphi_{DB} = -\dfrac{\pi}{2}$.

Vậy u_{DB} muộn pha hơn i hay i sớm pha hơn u_{DB} nên :

$$i = 2\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) = 2\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)(A)$$

* $Z_{AB} = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{40^2 + (60-100)^2} = 40\sqrt{2}\,(\Omega)$

* $U_{0AB} = I_0 Z_{AB} = 2.40\sqrt{2} = 80\sqrt{2}\,(V)$

* $tg\varphi_{AB} = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} = \dfrac{60-100}{40} = -1 \rightarrow \varphi_{AB} = -\dfrac{\pi}{4}$.

Ta có u_{AB} trễ pha hơn i một góc $\dfrac{\pi}{4}$, vậy :

$$u_{AB} = 80\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right) = 80\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{1}{12}\pi\right)(V)$$

β) * Trong khoảng dt điện lượng qua mạch là dq = idt

* Trong khoảng $t = t_0 \rightarrow t$, điện lượng qua mạch sẽ là :

$$Q = \int_{t_0}^{t} idt = \int_{t_0}^{t} 2.\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)dt$$

* Có thể viết $\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\dfrac{2\pi}{T}t + \dfrac{\pi}{6}\right) = \sin X$ và đổi cận theo biến số X.

+ Lúc $i = 0 \rightarrow \sin X = 0 \rightarrow X = 0$

+ Lúc i_{max} $\left(\text{sau } \dfrac{1}{4}T\right)$; $\sin X = 1 \rightarrow X = \dfrac{\pi}{2}$ thì :

$$Q = \int_0^{\pi/2} \frac{2}{100\pi} \sin X\, dX = \frac{2}{100\pi}(-\cos X)\Big|_0^{\pi/2}$$

$$Q = \frac{2}{100\pi} = 6{,}36.10^{-3}\ (C) = 6{,}36(mC).$$

* Cách khác đơn giản hơn : điện tích qua mạch là lượng điện tích bị mất đi ở bản tụ khi i = 0 và i_{max}.

+ Với i= 0 thì $U_{0\,max} = U_{C_0}$ và $q_1 = CU_{C_0}$

+ Với i_{max} $\left(\text{sau}\,\frac{1}{4}T\right)$ thì tụ phóng hết điện và $q_2 = 0$

+ Vậy : $Q = CU_{C_0} = 31{,}8.10^{-6}.200 = 6360.10^{-6}(C) = 6360(\mu C)$

$= 6{,}36(mC)$ (với $U_{C_0} = I_0 Z_C = 2.100 = 200V$).

b)α)* L biến đổi nên Z_L là biến số ; R và Z_C không đổi.

$$* \ U_L = \frac{U_{AB}Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U_{AB}}{\sqrt{\dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2}}} = \frac{\text{const}}{\sqrt{y}} \qquad (1)$$

* Với $y = \dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2}$. Đạo hàm y theo Z_L ta có :

$$y' = \frac{2}{Z_L^3}[Z_L Z_C - (R^2 + Z_C^2)] \qquad (2)$$

* Cho y' = 0 ta có : $Z_L = \dfrac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \dfrac{40^2 + 100^2}{100} = 116(\Omega)$

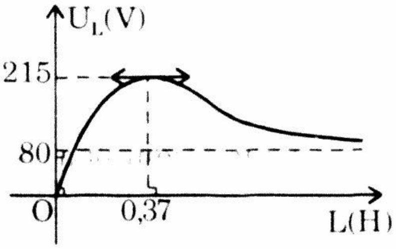
* $Z_L = \omega L \rightarrow L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{116}{100\pi} \approx 0{,}37(H)$ lúc này y_{min} (như các bài khác).

* Lúc này $y_{min} = \dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2} = \dfrac{40^2 + (116 - 100)^2}{116^2} = \dfrac{16}{116}$

Vậy : L = 0,37(H) thì y_{min} và $U_{L\,max}$

$$U_{L\,max} = \frac{U_{AB}}{\sqrt{y_{min}}} = \frac{80}{\sqrt{\dfrac{16}{116}}} \approx 215(V).$$

β) $$U_L = \frac{U_{AB}}{\sqrt{\dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2}}} = \frac{80}{\sqrt{\left(\dfrac{R}{Z_L}\right)^2 + \left(1 - \dfrac{Z_C}{Z_L}\right)^2}}$$



* Khi $L = 0$; $Z_L = 0$; $U_L = 0$

* Khi $L = 0{,}37H$; $U_{L\,max} = 215(V)$

* Khi $L \to \infty$, $Z_L \to \infty$; $\frac{R}{Z_L} \to 0$ và $\frac{Z_C}{Z_L} \to 0$

nên $U_L \to 80V$.

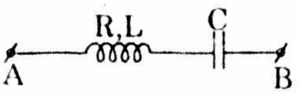
Vậy đường thẳng song song với trục OL cắt trục OU_L ở giá trị 80V là đường tiệm cận ngang của đồ thị $U_L = f(L)$.

63 Một cuộn dây có độ tự cảm L và điện trở R mắc nối tiếp với một tụ có điện dung C rồi mắc vào A, B của mạch xoay chiều tần số f. Đo $U_{AB} = 37{,}5V$; $U_{cd} = 50V$ (của cuộn dây) và $U_C = 17{,}5V$. Dòng hiệu dụng qua mạch là $I = 0{,}1A$. Hãy tính :

a) Tổng trở toàn mạch, cuộn dây, Z_C, Z_L, R ?

b) Khi f thay đổi đến $f_m = 330Hz$ thì dòng trong mạch đạt cực đại. Tìm L, C, f ở câu a.

Giải



a) * $$Z_{AB} = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{37{,}5}{0{,}1} = 375\Omega$$

* $$Z_{RL} = \frac{U_{cd}}{I} = 500\Omega$$

* $$Z_C = \frac{U_C}{I} = 175\Omega$$

* Với $Z_{RL}^2 = R^2 + Z_L^2 = 500^2$ (1)

$Z_C^2 = 175^2$ (2)

$Z_{AB}^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = R^2 + Z_L^2 + Z_C^2 - 2Z_LZ_C = 375^2$ (3)

[(1) + (2)] – (3) ta có : $Z_L = \frac{Z_{RL}^2 + Z_C^2 - Z_{AB}^2}{2Z_C} = 400\Omega.$

* $$R = \sqrt{Z_{RL}^2 - Z_L^2} = 300\Omega.$$

b)* Khi tần số là f_m thì tần số góc là : $\omega_m = 2\pi f_m = 660\pi$ rad/s, ta có I_{max}, với R = const, có cộng hưởng và $Z_{Lm} = Z_{Cm}$, hay :

$$\omega_m L = \frac{1}{\omega_m C} \quad \to \quad LC = \frac{1}{\omega_m^2} = \frac{1}{(660\pi)^2} \qquad (4)$$

* Ở câu a với tần số f thì :

$$Z_L.Z_C = \omega L.\frac{1}{\omega C} = \frac{L}{C} \rightarrow \quad L = C.Z_L.Z_C = 175.400 = 70000C \qquad (5)$$

* Giải (4) và (5) ta có : $C = 1{,}82.10^{-6}(F) = 1{,}82(\mu F)$

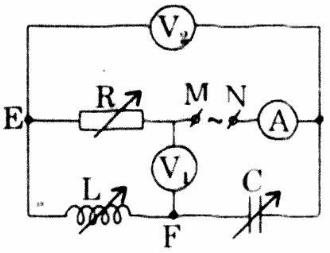
$L \approx 0{,}127\ (H)$

* Với $Z_L = \omega L = 2\pi fL \rightarrow \quad f = \frac{Z_L}{2\pi L} = \frac{400}{2.\pi.0{,}127} \approx 500Hz.$

64 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

M, N có $u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

$R_a = 0$, các vôn kế có $R_V = \infty$



a) Cho $L = \frac{0{,}3}{\pi}(H)$; $C = \frac{1}{6\pi}(mF)$

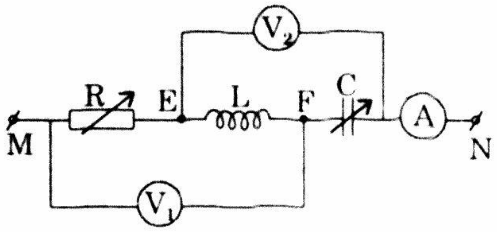
α) Với $R = 40\Omega$, tìm số chỉ các vôn kế và ampe kế.

β) Đổi R để công suất toàn mạch cực đại. Tìm R, P_{max} ?

b) Cho R, L cố định ở giá trị R_1 và L_1. Đổi C ta thấy có hai giá trị của C là C_1 và C_2 đều cho P = 100W. Tìm R_1 ? Biết Z_{C_1} và Z_{C_2} chênh nhau 80Ω.

Giải

a)α) * Mạch điện vẽ lại.



* $Z_L = \omega L = 100\pi.\frac{0{,}3}{\pi} = 30(\Omega)$

* $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{6\pi}.10^{-3}} = 60(\Omega)$

* $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{40^2 + (30-60)^2} = 50(\Omega)$

* $I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{50} = 2(A) \rightarrow$ ampe kế chỉ I = 2(A)

$Z_{MF} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50(\Omega)$;

$U_{MF} = IZ_{MF} = 2.50 = 100(V) \rightarrow$ Vôn kế V_1 chỉ 100V.

* $Z_{EF} = \sqrt{(Z_L - Z_C)^2} = |Z_L - Z_C| = |30 - 60| = 30(\Omega)$

$U_{EF} = IZ_{EF} = 2.30 = 60(V) \rightarrow$ Vôn kế V_2 chỉ 60V.

β) $Z_L = 30\Omega$ = const ; $Z_C = 60\Omega$ = const, R là biến số.

* $P = I^2R = \frac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}} = \frac{\text{const}}{a + b}.$

* Với a.b = $(Z_L - Z_C)^2$ = const, theo bất đẳng thức Cauchy, ta có (a + b) cực tiểu để P cực đại khi a = b.

Vậy : $R = |Z_L - Z_C| = 30\Omega$.

* Khi đó $P_{max} = \dfrac{U^2}{2R} = \dfrac{100^2}{2.30} \approx 167(W)$.

b) Với P = 100W như nhau cho Z_{C_1} và Z_{C_2}

* $$P = \frac{U^2R_1}{R_1^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2}$$

$$\rightarrow \quad Z_{L_1} - Z_C = \pm\sqrt{\frac{U^2R_1}{P} - R_1^2} = \sqrt{\frac{100^2}{100}R_1 - R_1^2} = \sqrt{100R_1 - R_1^2}$$

* Viết cho Z_{C_1} và Z_{C_2} ta có :

$$Z_{L_1} - Z_{C_1} = +\sqrt{100R_1 - R_1^2} \quad \rightarrow \quad Z_{C_1} = Z_{L_1} - \sqrt{100R_1 - R_1^2}$$

$$Z_{L_1} - Z_{C_2} = -\sqrt{100R_1 - R_1^2} \quad \rightarrow \quad Z_{C_2} = Z_{L_1} + \sqrt{100R_1 - R_1^2}$$

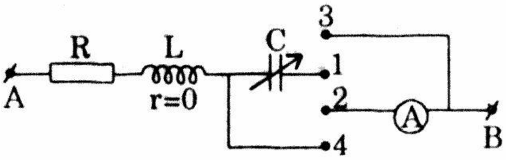
* So sánh ta có $Z_{C_1} > Z_{C_2}$ nên $Z_{C_2} - Z_{C_1} = 80 = 2\sqrt{100R_1 - R_1^2}$

$$\rightarrow \quad R_1^2 - 100R_1 + 1600 = 0 \quad \rightarrow \quad R_1 = \left[\begin{array}{l}80\Omega\\20\Omega\end{array}\right.$$

65 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

$R = 60\Omega$; $R_a = 0$; $R_d = 0$

A và B có $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

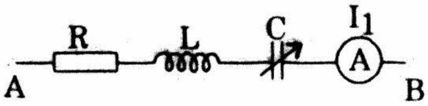


1. Nối 1 với 2, 3 và 4 để hở, ampe kế chỉ 1,6A. Tìm tổng trở toàn mạch.
2. Nối 1 vào 3, 2 vào 4, ampe kế chỉ 1,2A. Tìm L ? Viết biểu thức i(t) toàn mạch.
3. Mạch như câu 2, thay ampe kế bằng vôn kế (có $R_V = \infty$) ; điều chỉnh C đến khi vôn kế chỉ cực đại. Tìm số chỉ ấy ? Tìm C và công suất toàn mạch lúc này.

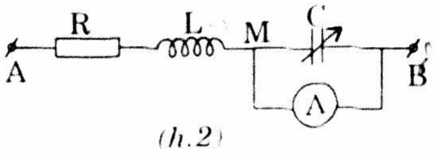
Giải

1.* Toàn mạch như hình 1.

* $Z_1 = \dfrac{U}{I_1} = \dfrac{120}{1,6} = 75(\Omega)$.



2.* Mạch như hình 2.



(h.2)

* Do $R_a = 0$ nên : $U_{MB} = 0$

$\rightarrow$ M ≡ B (dòng không qua C).

Mạch chỉ còn lại R nối tiếp L.

* $Z_2 = \dfrac{U}{I_2} = \dfrac{120}{1,2} = 100(\Omega)$. Dòng chạy tắt qua Ⓐ và số chỉ của nó chính là I_2

* $Z_2 = \sqrt{R^2 + Z_L^2} \rightarrow Z_L = \sqrt{Z_2^2 - R^2} = \sqrt{100^2 - 60^2} = 80(\Omega)$

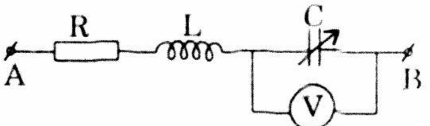
$$\rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{80}{100\pi} \approx 0,25(H)$$

* $I_0 = I_2\sqrt{2} = 1,2\sqrt{2}$ (A)

* $tg\varphi = \dfrac{Z_L}{R} = \dfrac{80}{60} = \dfrac{4}{3} \rightarrow \varphi \approx 53^\circ \approx 0,92$ (rad); u sớm pha hơn i

* Vậy i muộn pha hơn u : $i = 1,2\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0,92)$ (A).

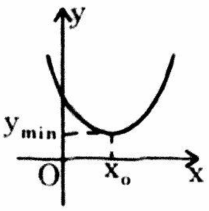
3.* Xem hình 3.



(h.3)

* Ⓥ chỉ $U_C = IZ_C$, $I = \dfrac{U}{Z}$

$$U_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2}}} = \frac{U}{\sqrt{y}} \quad (1)$$



* Với U = const; R = const,

Z_L = const, Z_C là biến số.

$$y = \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_C^2} - \frac{2Z_L}{Z_C} + 1 \quad (2)$$

* Đặt $a = R^2 + Z_L^2$; $b = -2Z_L$, $c = 1$ thì (2) có dạng :

$$y = ax^2 + bx + c \quad (3)$$

Khi đặt : $x = \dfrac{1}{Z_C}$ (4)

(3) có đồ thị là 1 parabol với y_{min} (để $U_{C\,max}$) và :

$$x_0 = -\frac{b'}{a} = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2} = \frac{1}{Z_{C_o}} \rightarrow Z_{C_o} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \quad (5)$$

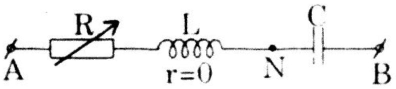
* Thay số vào (5) ta có :

$Z_{C_0} = 125(\Omega)$ và $C_0 = \dfrac{1}{\omega Z_{C_0}} = 25,44(\mu F)$.

Lúc này $U_{C_0} = \dfrac{UZ_{C_0}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_0})^2}} = \dfrac{120.125}{\sqrt{60^2 + (80 - 125)^2}} = 200(V)$

và $P = I^2R = \dfrac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_{C_0})^2} = \dfrac{(120)^2.60}{60^2 + (80 - 125)^2} = 153,6(W)$.

66 Cho mạch điện như hình vẽ.



Biết $U_{AB} = 100\sqrt{2}$ (V); $U_{AN} = 100\sqrt{2}$ (V);

$U_{NB} = 200(V)$.

R thay đổi được. Biết công suất của mạch là $P = 100\sqrt{2}$ (W).

1. Chứng minh rằng $P = 100\sqrt{2}$ (W) là công suất cực đại của mạch.

2. Khi $R_1 = 200\Omega$ và R_2 thì mạch có cùng công suất P. Tìm R_2 ?

Giải

1. * $P = I^2R$ với $I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$

thì $$P = \frac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \tag{1}$$

* R là biến số, biến đổi P

$$P = \frac{U^2}{R + \dfrac{(Z_L - Z_C)^2}{R}} = \frac{\text{const}}{a + b} \tag{2}$$

* Với $a = R$, $b = \dfrac{(Z_L - Z_C)^2}{R} = \dfrac{\text{const}}{R}$ nên $a.b = \text{const}$ và $(a + b)$ cực tiểu khi $a = b$, lúc đó P cực đại và :

$$R = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R} \rightarrow R = |Z_L - Z_C|$$

$$\rightarrow IR = I|Z_L - Z_C| \rightarrow U_R = |U_L - U_C| \tag{3}$$

* Theo giả thiết $U_{AB}^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = U_R^2 + U_L^2 + U_C^2 - 2U_L.U_C$ (4)

$$U_{AN}^2 = U_R^2 + U_L^2 \tag{5}$$

$$U_{NB} = U_C^2 \tag{6}$$

* $[(5) + (6)] - (4)$, ta có :

$$U_L = \frac{U_{AN}^2 + U_{NB}^2 - U_{AB}^2}{2U_{NB}} = \frac{(100\sqrt{2})^2 + (200)^2 - (100\sqrt{2})^2}{2.200} = 100(V)$$

* $(5) \rightarrow U_R = \sqrt{U_{AN}^2 - U_L^2} = \sqrt{(100\sqrt{2})^2 - 100^2} = 100(V)$

* Với $U_R = 100(V)$; $U_L = 100(V)$; $U_C = 200(V)$ nên $U_R = |U_L - U_C|$, vậy trường hợp này có P_{max} và

$$P = I^2R = I.IR = I.U_R \quad \rightarrow \quad I = \frac{P}{U_R} = \frac{100\sqrt{2}}{100} = \sqrt{2}\,(A)$$

$$R = \frac{U_R}{I} = \frac{100}{\sqrt{2}} = 50\sqrt{2}\,(\Omega);$$

$$Z_L = \frac{U_L}{I} = \frac{100}{\sqrt{2}} = 50\sqrt{2}\,(\Omega); \quad Z_C = \frac{U_C}{I} = \frac{200}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{2}\,.$$

Vậy $R = |Z_L - Z_C|$, nên $P = 100\sqrt{2}\,(W)$ chính là P_{max}.

2.* $$P = \frac{U^2R_1}{R_1^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2R_2}{R_2^2 + (Z_L - Z_C)^2} \rightarrow R_1R_2 = (Z_L - Z_C)^2$$

* Vậy : $$R_2 = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R_1} = \frac{(50\sqrt{2} - 100\sqrt{2})^2}{200} = 25(\Omega).$$

67 *Bài toán tổng quát* : **Cho mạch nối tiếp R, L, C với R thay đổi được.**

1. **Tìm công suất cực đại ? Chứng tỏ rằng với $P < P_{max}$ thì R có 2 giá trị R_1, R_2 với $R_1R_2 = (Z_L - Z_C)^2$.**
2. **Xác định giá trị cực đại của U_R, U_L, U_C.**

Giải

1.a) *Công suất P_{max} :*

* $$P = I^2R = \frac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}} = \frac{const}{a + b} = \frac{const}{y}$$

* $y = a + b = R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}$; với $a.b = (Z_L - Z_C)^2 = const$,

y_{min} khi $a = b \rightarrow \boxed{R = |Z_L - Z_C|}$ (1)

* Khi đó $P_{max} = \frac{U^2}{2R}$. (2)

b) *Khi* $P < P_{max}$:

* $$P = \frac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \rightarrow PR^2 - U^2R + P(Z_L - Z_C)^2 = 0 \qquad (3)$$

* (3) có nghiệm là $$R_1 = \frac{U^2 + \sqrt{U^4 - 4P^2(Z_L - Z_C)^2}}{2P} \qquad (4)$$

$$R_2 = \frac{U^2 - \sqrt{U^2 - 4P^2(Z_L - Z_C)^2}}{2P} \qquad (5)$$

* (4) và (5) chứng tỏ R_1 và R_2 khác nhau có cùng công suất.

* Lấy (4) nhân (5) và biến đổi ta sẽ có : $R_1R_2 = (Z_L - Z_C)^2$ (6)

2.a) $U_{R\,max}$:

* $$U_R = IR = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R^2}}} \qquad (7)$$

* (7) chứng tỏ $U_{R\,max}$ khi mẫu số nhỏ nhất, khi đó $R \rightarrow \infty$ và $U_{R\,max} = U$ (U_R không thể lớn hơn U toàn mạch).

b) $U_{L\,max}$:

* $U_L = IZ_L$ (8)

* $Z_L = const$; $U_{L\,max}$ khi I_{max} (mạch có cộng hưởng).

Khi đó $Z_L = Z_C$ (9)

* Nếu mạch có L, C đã cho thỏa mãn (9) mạch mới có $Z_L = Z_C$ và U_L mới có max.

Nếu L, C đã cho mà $Z_L \neq Z_C$ thì không bao giờ có $U_{L\,max}$.

c) $U_{C\,max}$:

* $U_C = IZ_C$ (10)

Lập luận tương tự như $U_{L\,max}$.

68 Cho mạch R, L, C nối tiếp, với L biến thiên. Toàn mạch có :

$$u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t \text{ (V)}; \quad R = 100\Omega; \quad C = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}\text{ F}.$$

Tìm L để :

1. $U_C = 200V$. Mạch có hiện tượng gì ?
2. $U_{L\,max}$? Tìm $U_{L\,max}$? So sánh U_L với câu 1.

Giải

1.* Từ giả thiết $U = 100V$; $U_C = 200V$ suy ra $U_C = 2U$.

* $IZ_C = 2IZ \quad \rightarrow \quad Z_C = 2Z = 2\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

$$\rightarrow \quad 4Z_L^2 - 8Z_CZ_L + (4R^2 + 3Z_C^2) = 0 \qquad (1)$$

* $R = 100(\Omega)$; $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{1}{2\pi}.10^{-4}} = 200(\Omega)$.

Thay các giá trị này vào (1) ta có :

$Z_L^2 - 400Z_L + (200)^2 = 0 \quad \rightarrow \quad Z_{L_1} = Z_{L_2} = Z_L = 200(\Omega)$

* Vậy : $L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{200}{100\pi} = \dfrac{2}{\pi}(H)$

* Do $Z_L = 200(\Omega) = Z_C$ nên mạch R, L, C có cộng hưởng và

$$U_L = I_{max}Z_L = \frac{U}{Z_{min}}Z_L = \frac{U}{R}Z_L = \frac{100}{100}.200 = 200V = U_C. \qquad (2)$$

2.* $U_L = IZ_L = \dfrac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \dfrac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2}}} = \dfrac{const}{\sqrt{y}} \qquad (3)$

* $U_{L\,max}$ khi y_{min}.

Xét $\quad y = \dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2} = \dfrac{R^2 + Z_C^2}{Z_L^2} - \dfrac{2Z_C}{Z_L} + 1 \qquad (4)$

* Đặt $a = R^2 + Z_C^2$; $b = -2Z_C$; $c = 1$ và $x = \dfrac{1}{Z_L}$ thì (4) thành :

$$y = ax^2 + bx + c \qquad (5)$$

(5) có đồ thị là một parabol với $a > 0$ nên có một cực tiểu khi $x = x_0$

$$x_0 = -\frac{b'}{a} = -\frac{(-Z_C)}{R^2 + Z_C^2} = \frac{1}{Z_{L_0}} \quad \rightarrow \quad Z_{L_0} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \qquad (6)$$

* Thay số vào (6) ta có : $Z_{L_0} = 250(\Omega) \quad \rightarrow \quad L_0 = \dfrac{250}{100\pi} = \dfrac{2,5}{\pi}(H) \qquad (7)$

* Lúc này $\quad U_{L\,max} = \dfrac{UZ_{L_0}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_0} - Z_C)^2}} = \dfrac{100.250}{\sqrt{100^2 + (250 - 200)^2}} = 100\sqrt{5}\,(V)$

* So sánh ta thấy $U_{L\,max} > U_L = 200V$ (lúc có cộng hưởng). Như vậy khi mạch R, L, C nối tiếp có cộng hưởng, dòng điện là cực đại chứ U_L chưa cực đại (nếu L biến thiên). Nghĩa là $U_{L\,max}$ không có nghĩa là mạch có cộng hưởng.

69 *Bài toán tổng quát :* Cho mạch R, L, C nối tiếp; L biến thiên

1. Tìm L để dòng điện hiệu dụng và công suất toàn mạch cực đại. Tìm U_L, U_C khi đó.
2. Tìm $U_{L\,max}$.

Giải

1. * $$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \quad (1)$$

* $P = I^2R$; $R = const$; $P_{max} \leftrightarrow I_{max}$.

Lúc này mạch có cộng hưởng nên :

$$Z_L = Z_C \quad \to \quad \omega L = \frac{1}{\omega C} \quad \to \quad L = \frac{1}{\omega^2 C}$$

và $I_{max} \leftrightarrow Z_{min} = R$ thì $I_{max} = \dfrac{U}{R}$ (2)

* Với I_{max} thì $P_{max} = I^2_{max}R = \left(\dfrac{U}{R}\right)^2 R = \dfrac{U^2}{R}$ (3)

* Do $Z_L = Z_C \to U_L = U_C = I_{max}Z_L = I_{max}Z_C = Z_L.\dfrac{U}{R} = Z_C.\dfrac{U}{R}$

Vậy : $U_L = U_C = nU$ với $n = \dfrac{Z_L}{R} = \dfrac{Z_C}{R}$

Ta chọn $Z_L = Z_C = nR$ thì hiệu điện thế U_L, U_C lớp gấp n lần hiệu điện thế toàn mạch.

2.a) *Phương pháp đại số :*

* $$U_L = IZ_L = \frac{U.Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2}}} = \frac{const}{\sqrt{y}} \quad (4)$$

* $$y = \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_L^2} - \frac{2Z_C}{Z_L} + 1 = ax^2 + bx + c \quad (5)$$

Trong đó $x = \dfrac{1}{Z_L}$; $a = R^2 + Z_C^2 > 0$; $b = -2Z_C$; $c = 1$

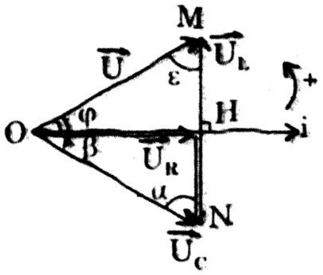
* (5) có đồ thị là một parabol; y_{min} khi $x = x_0$

$$x_0 = -\frac{b'}{a} = -\frac{(-Z_C)}{R^2 + Z_C^2} = \frac{1}{Z_{L_0}} \quad \rightarrow \quad Z_{L_0} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \qquad (6)$$

* **Khi y_{min} thì $U_{L\,max}$; thay (6) vào (4) biến đổi ta có :**

$$U_{L\,max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \qquad (7)$$

b) ***Phương pháp biện luận từ giản đồ vectơ.***



* **Vẽ giản đồ vectơ.**

* ΔOHN có : $\sin\alpha = \frac{U_R}{U_{RC}} = \frac{IR}{IZ_{RC}} = \frac{R}{Z_{RC}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$

với R, Z_C không đổi nên $\sin\alpha = \text{const}$.

* ΔOMN có : $\frac{U_L}{\sin\beta} = \frac{U}{\sin\alpha} \quad \rightarrow \quad U_L = \frac{U}{\sin\alpha}.\sin\beta \qquad (8)$

Trong (8) với U = const, sinα = const;

$$U_{L\,max} \quad \text{khi} \quad \sin\beta = 1 \rightarrow \beta = \frac{\pi}{2}$$

Lúc đó $U_{L\,max} = \frac{U}{\sin\alpha} = \frac{U}{\frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \qquad (9)$

* Cũng từ ΔOMN vuông ở O ta có (chú ý đến Δ vuông OHN) :

$$\frac{U_{L_0}}{\sin 90^\circ} = \frac{U_{RC}}{\sin\varepsilon} = \frac{U_{RC}}{\cos\varepsilon} = \frac{U_{RC}}{\frac{U_C}{U_{RC}}} = \frac{U_{RC}^2}{U_C} \quad \rightarrow \quad U_{L_0} = \frac{U_{RC}^2}{U_C}$$

$$\Rightarrow \quad IZ_{L_0} = \frac{I^2 Z_{RC}^2}{IZ_C} \quad \rightarrow \quad Z_{L_0} = \frac{Z_{RC}^2}{Z_C} \quad \text{hay} \quad Z_{L_0} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \qquad (10)$$

* (10) giống (6); (9) giống (7).

70 Cho mạch R, L, C nối tiếp với C biến thiên. Dòng xoay chiều tần số góc ω. Biết khi $C = C_1 = \frac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F) thì công suất của mạch cực đại $P_{max} = 100$W.

Khi $C = C_2 = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}$ (F) thì $U_{C\,max} = 100\sqrt{2}$ (V).

Tìm ω, R, L ?

Giải

* $P = I^2R$; $R = \text{const}$, $P_{max} \leftrightarrow I_{max}$.

* I_{max} nên trong mạch có cộng hưởng với : $Z_L = Z_{C_1} \rightarrow \omega L = \dfrac{1}{\omega C_1}$ (1)

và $P_{max} = I_{max}^2 R = \dfrac{U^2}{R^2}.R = \dfrac{U^2}{R}$ (2)

* $$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2}}} = \frac{\text{const}}{\sqrt{y}} \quad (3)$$

* $$y = \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_C^2} - \frac{2Z_L}{Z_C} + 1 = ax^2 + bx + c \quad (4)$$

với $a = R^2 + Z_L^2 > 0$; $b = -2Z_L$; $c = 1$; $x = \dfrac{1}{Z_C}$.

* y_{min} và $U_{C\,max}$ khi $x_0 = -\dfrac{b'}{a} = -\dfrac{Z_L}{R^2 + Z_L^2} = \dfrac{1}{Z_{C_2}} \rightarrow Z_{C_2} = \dfrac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$ (5)

Hay $$Z_{C_2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{R^2 + (\omega L)^2}{\omega L} = \frac{R^2}{\omega L} + \omega L \quad (6)$$

* Thay (6) vào (3) : $U_{C\,max} = \dfrac{U\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}{R}$ (7)

* (1) và (6) : $\dfrac{R^2}{\omega L} = \dfrac{1}{\omega C_2} - \dfrac{1}{\omega C_1} \rightarrow \dfrac{R^2}{L} = \dfrac{1}{C_2} - \dfrac{1}{C_1}$ (8)

* (1) và (8) : $L = \dfrac{R^2 C_1 C_2}{C_1 - C_2}$ và $\omega^2 = \dfrac{1}{LC_1} = \dfrac{C_1 - C_2}{R^2 C_1^2 C_2}$ (9)

* (7) $\rightarrow U = \dfrac{RU_{C\,max}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$ và $P_{max} = \dfrac{U^2}{R} = \dfrac{U_{C\,max}^2 R}{R^2 + (\omega L)^2}$ (10)

* (1) + (10) $\rightarrow$ $$P_{max} = \frac{U_{C\,max}^2 R}{R^2 + \left(\dfrac{1}{\omega C_1}\right)^2} \quad (11)$$

* Đưa (9) vào (11) ta có : $R = \dfrac{U_{C\,max}^2 (C_1 - C_2)}{C_1 P_{max}}$ (12)

* Thay C_1, C_2, $U_{C\,max}$, P_{max} vào (12) : $R = 100(\Omega)$ (13)

* Thay C_1, C_2, R vào (9) → $\omega = 100\pi$ (rad/s)

* Đưa R, C_1, C_2 vào (8) → $L = \dfrac{1}{\pi}$ (H).

71 Cho mạch xoay chiều R, L, C nối tiếp.

Hiệu điện thế toàn mạch $u = 100\sqrt{3}\sin\omega t$ (V); ω thay đổi được. Nếu $\omega = \omega_1$ thì $U_R = 100V$; $U_C = 50\sqrt{2}$ (V); $P = 100W$.

Biết $U_L > U_C$; $L = \dfrac{1}{\pi}$ (H)

1. Tìm U_L. Chứng minh rằng lúc đó $U_L = U_{L\,max}$.

2. Tìm $\omega = \omega_0$ để $P = P_{max}$. Tìm P_{max}.

Giải

1.a) *U_L :*

* $U = \dfrac{U_0}{\sqrt{2}} = \dfrac{100\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 50\sqrt{6}$ (V); $U_R = 100$(V); $U_C = 50\sqrt{2}$ (V)

* $U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \quad \rightarrow \quad U_L = U_C \pm \sqrt{U^2 - U_R^2}$

* Do $U_L > U_C$ nên :

$$U_L = U_C + \sqrt{U^2 - U_R^2} = 50\sqrt{2} + \sqrt{(50\sqrt{6})^2 - (100)^2} = 100\sqrt{2}\ (V).$$

b) *$U_{L\,max}$:*

* $P = I^2R = I.IR = IU_R \quad \rightarrow \quad I = \dfrac{P}{U_R} = \dfrac{100}{100} = 1(A)$

* $Z_L = \dfrac{U_L}{I} = \dfrac{100\sqrt{2}}{1} = 100\sqrt{2}\ (\Omega)$; $\omega_1 = \dfrac{Z_L}{L} = \dfrac{100\sqrt{2}}{\frac{1}{\pi}} = 100\sqrt{2}\,\pi$ (rad/s)

* $Z_C = \dfrac{U_C}{I} = \dfrac{50\sqrt{2}}{1} = 50\sqrt{2}\ (\Omega)$; $C = \dfrac{1}{\omega_1 Z_C} = \dfrac{1}{100\sqrt{2}\pi.50\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F)

* $U_L = IZ_L = \dfrac{U.\omega L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}$ với ω biến thiên, R, L, C không đổi.

$$U_L = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2}}} = LU.y \quad \text{với } y = \frac{\omega}{\left[R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \qquad (1)$$

* Đạo hàm y theo ω :

$$y' = \frac{\left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} - \omega.\frac{1}{2}\left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}.2\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\left(L + \frac{1}{\omega^2 C}\right)}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

* Khi y' = 0 thì :

$$R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = \omega\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\left(L + \frac{1}{\omega^2 C}\right) \rightarrow \quad \omega = \frac{1}{C}\sqrt{\frac{2}{\frac{2L}{C} - R^2}} \qquad (3)$$

Với $\frac{2L}{C} - R^2 > 0$ hay $\frac{2L}{C} > R^2$.

* Chú ý $R = \frac{U_R}{I} = \frac{100}{1} = 100\Omega$; $Z_L = 100\sqrt{2}\,(\Omega)$; $L = \frac{1}{\pi}\text{H}$; $C = \frac{1}{\pi}.10^{-4}\,\text{F}$.

Thay vào (3) ta có : $\omega = 100\sqrt{2}\,\pi$ (rad/s) $\equiv \omega_1$ nên lúc này $U_{L\,max}$ (khi y_{max}) và $U_{L\,max} = \frac{50\sqrt{6}.100\sqrt{2}}{\sqrt{100^2 + (100\sqrt{2} - 50\sqrt{2})^2}} = 100\sqrt{2}$ (V).

2. * $P = I^2R$; R = const; I_{max} (có cộng hưởng) thì : P_{max} và $Z_{L_0} = Z_{C_0}$

* $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad \rightarrow \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\pi}.\frac{1}{\pi}.10^{-4}}} = 100\pi$ (rad/s) $\neq \omega_1$

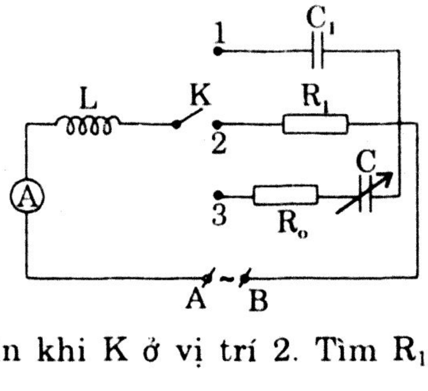
* $P_{max} = \frac{U^2}{Z^2_{min}}.R = \frac{U^2}{R^2}.R = \frac{U^2}{R} = \frac{(50\sqrt{6})^2}{100} = 150$(W).

72 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

$U_{AB} = 220$(V); f = 50(Hz);

$L = \frac{0,5}{\pi}$(H) ; $C_1 = 100(\mu F)$;

$R_0 = 40(\Omega)$.



a) K ở vị trí 1, số chỉ của ampe kế gấp 4 lần khi K ở vị trí 2. Tìm R_1 và công suất tiêu thụ trong hai trường hợp.

b) K ở vị trí 3, thay đổi C. Tìm C để : + ampe kế chỉ max.

+ U_C max.

Giải

a)* $\omega = 2\pi f = 100\pi$ (rad/s)

* $Z_L = \omega L = 100\pi.\frac{0,5}{\pi} = 50(\Omega)$; $\quad Z_{C_1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{100\pi.100.10^{-6}} = \frac{100}{\pi}(\Omega)$

* Z_1, Z_2 : Tổng trở toàn mạch khi K ở 1 và K ở 2.

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = 4I_2 = 4.\frac{U}{Z_2} \rightarrow Z_2 = 4Z_1 \rightarrow 4\left|Z_L - Z_{C_1}\right| = \sqrt{Z_L^2 + R_1^2}$$

$$R_1 = \sqrt{16(Z_L - Z_{C_1})^2 - Z_L^2} = \sqrt{16\left(50 - \frac{100}{\pi}\right)^2 - 50^2} \approx 53(\Omega)$$

* $I_1 = \frac{U}{Z_1}$ với $Z_1 = \left|Z_L - Z_{C_1}\right| = \left|50 - \frac{100}{\pi}\right| \approx 18,2(\Omega)$

$$I_1 = \frac{220}{18,2} \approx 12(A) \rightarrow P_1 = I_1^2R = I_1^2.0 = 0(W)$$

$$I_2 = \frac{I_1}{4} = \frac{12}{4} = 3(A) \rightarrow P_2 = I_2^2R_1 = 3^2.53 = 477(W).$$

b)* K ở vị trí 3, mạch gồm L nối tiếp R_0 nối tiếp C; L và R_0 không đổi, C biến đổi nên Z_C biến đổi.

* Ⓐ chỉ max; I_{max}; mạch có cộng hưởng

$$Z_L = Z_C \rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_L} \rightarrow C = \frac{1}{100\pi.50} = \frac{1}{5\pi}.10^{-3}(F)$$

* $U_C = I.Z_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R_o^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R_o^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2}}} = \frac{const}{\sqrt{y}}$.

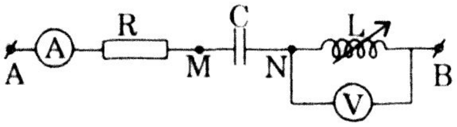
* Với $y = \frac{R_o^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2} = \frac{R_o + Z_L^2}{Z_C^2} - \frac{2Z_L}{Z_C} + 1 = ax^2 + bx + c$

Tương tự các bài trước y_{min} khi $x_0 = -\frac{b'}{a} = -\frac{(-Z_L)}{R_o^2 + Z_L^2} = \frac{1}{Z_{C_o}}$

$$\rightarrow Z_{C_o} = \frac{R_o^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{40^2 + 50^2}{50} = 82(\Omega).$$

* Vậy $C_0 = \frac{1}{\omega Z_{C_o}} = \frac{1}{100\pi.82} \approx 38,82.10^{-6}$ (F) = 38,82(μF); lúc đó y_{min} và U_C max.

73 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



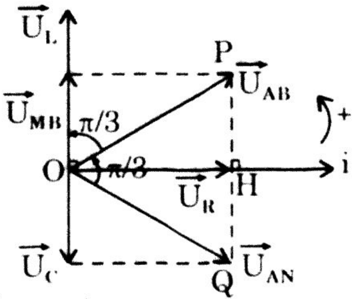
AB có $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

1. Khi $L = \frac{3}{\pi}$(H) thì u_{AN} trễ pha $\frac{\pi}{3}$ so với u_{AB} và u_{MB} sớm pha $\frac{\pi}{3}$ so với u_{AB}. Tìm R, C ?

2. Đổi L để ampe kế chỉ cực đại. Tìm I_{max} ?

3. Mắc R_0 song song vào R, đổi L thì vôn kế chỉ cực đại bằng 240(V). Tìm R_0, L và số chỉ của ampe kế khi đó ?

Giải



1. * $Z_L = \omega L = 100\pi . \frac{3}{\pi} = 300(\Omega)$

* Vẽ giản đồ vectơ theo giả thiết.

Từ đó suy ra ΔOPQ đều → $U_L = U_{AB} = 120$(V).

* $I = \frac{U_L}{Z_L} = \frac{120}{300} = 0{,}4$(A)

* $U_C = U_{MB} = I\,|Z_L - Z_C| = \frac{U_L}{2} = \frac{IZ_L}{2} \rightarrow \quad Z_C = \frac{Z_L}{2} = 150\Omega$

$C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.150} \approx 21{,}2.10^{-6}\,(F) = 21{,}2(\mu F)$

* $U_R = U_{AB}\cos 30^0 = 120\frac{\sqrt{3}}{2} = 60\sqrt{3}\,(V) \rightarrow \quad R = \frac{U_R}{I} = \frac{60\sqrt{3}}{0{,}4} = 150\sqrt{3}\,(\Omega)$.

2. * Ampe kế chỉ I_{max} khi có cộng hưởng

$Z_{L_0} = Z_C = \omega L_0 \quad \Rightarrow \quad L_0 = \frac{Z_C}{\omega} \quad \Rightarrow \quad L_0 = \frac{150}{100\pi} = \frac{1{,}5}{\pi}$(H)

* Lúc đó $I_{max} = \frac{U_{AB}}{Z_{min}} = \frac{U_{AB}}{R} = \frac{120}{150\sqrt{3}} \approx 0{,}46$(A).

3. * R_0 // R thay bằng $R_{td} = \frac{R_0 R}{R_0 + R} = \frac{150\sqrt{3}R_0}{R_0 + 150\sqrt{3}}$ (*)

* Mạch gồm R_{td} nối tiếp L nối tiếp C. Vôn kế chỉ $U_{L\,max} = 240$V

* $U_L = IZ_L = \frac{U_{AB}Z_L}{\sqrt{R_{td}^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U_{AB}}{\sqrt{\frac{R_{td}^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2}}} = \frac{const}{\sqrt{y}}$ (1)

* $U_{L\,max}$ khi y_{min}

$$y = \frac{R_{td}^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2} = \frac{R_{td}^2 + Z_C^2}{Z_L^2} - \frac{2Z_C}{Z_L} + 1 = ax^2 + bx + c; \qquad x = \frac{1}{Z_L}$$

$$y_{min} \text{ khi } \quad x_m = -\frac{b'}{a} = -\frac{(-Z_C)}{R_{td}^2 + Z_C^2} = \frac{1}{Z_{L_m}} \quad \rightarrow \quad Z_{L_m} = \frac{R_{td}^2 + Z_C^2}{Z_C} \qquad (2)$$

* Thay (2) vào (1) ta có : $U_{L\,max} = \dfrac{U_{AB}\sqrt{R_{td}^2 + Z_C^2}}{R_{td}}$ (3)

* Thay số $U_{AB} = 120(V)$; $Z_C = 150(\Omega)$ và $U_{L\,max} = 240(V)$ vào (3), ta có :

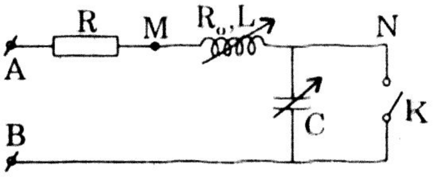
$$R_{td} = \frac{150}{\sqrt{3}}(\Omega) \qquad (4)$$

* Giải hệ (*) và (4) ta có : $R_0 = 75\sqrt{3}\,(\Omega)$

* Thay số vào (2) ta có : $Z_{L_m} = \dfrac{R_{td}^2 + Z_C^2}{Z_C} = \dfrac{\left(\dfrac{150}{\sqrt{3}}\right)^2 + (150)^2}{150} = 200(\Omega)$

$$\rightarrow \quad L_m = \frac{Z_{L_m}}{\omega} = \frac{200}{100\pi} = \frac{2}{\pi}(H).$$

74 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



AB có $u = 300\sin 100\pi t$ (V).

1. * Khi K đóng, $U_{AM} = U_R = 100(V)$

$U_{MN} = U_{cd} = 50\sqrt{10}\,(V)$

* Công suất tiêu thụ ở cuộn dây là $P_{cd} = 100W$. Tìm R, R_0, L ?

2. * Khi K ngắt.

a) Đổi C để P_{max}. Tìm C và P_{max} ?

b) Đổi C để $U_{C\,max}$. Tìm C và $U_{C\,max}$?

Giải

1.* K đóng, $R_K = 0$; nối tắt N và B; dòng không qua C. Mạch chỉ còn R nối tiếp với cuộn dây.

* $U^2 = (U_R + U_{R_0})^2 + U_L^2$ (1)

$U_{cd}^2 = U_{R_0}^2 + U_L^2$ (2)

* (1) và (2) suy ra :

$$U_{R_0} = \frac{U^2 - U_{cd}^2 - U_R^2}{2U_R} = \frac{\left(\frac{300}{\sqrt{2}}\right)^2 - (50\sqrt{10})^2 - 100^2}{2.100} = 50(V)$$

* Từ (2) → $U_L = \sqrt{U_{cd}^2 - U_{R_0}^2} = \sqrt{(50\sqrt{10})^2 - 50^2} = 150(V)$

* $P_{cd} = I^2R_0 = I.IR_0 = I.U_{R_0}$ → $I = \frac{P_{cd}}{U_{R_0}} = \frac{100}{50} = 2(A)$

* $R = \frac{U_R}{I} = \frac{100}{2} = 50(\Omega)$; $R_0 = \frac{U_{R_0}}{I} = \frac{50}{2} = 25\Omega$.

$Z_L = \frac{U_L}{I} = \frac{150}{2} = 75(\Omega)$; $L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{75}{100\pi} = \frac{0{,}75}{\pi}(H) \approx 0{,}24(H)$

2. * K ngắt; mạch gồm R nối tiếp (R_0 và L) nối tiếp C.

a) * $P = I^2(R + R_0)$ với $R + R_0 = const$; P_{max} khi I_{max} (có cộng hưởng)

và $Z_L = Z_C = \frac{1}{\omega C}$ → $C = \frac{1}{100\pi.75} = 42{,}4.10^{-6}(F) = 42{,}4(\mu F)$

lúc này $I_{max} = \frac{U}{Z_{min}} = \frac{U}{R + R_0} = \frac{300}{\sqrt{2}(50 + 25)} \approx 2{,}83(A)$

$P_{max} = (2{,}83)^2(50 + 25) \approx 600(W)$.

b) * $U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{(R + R_0)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{(R + R_0)^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2}}} = \frac{const}{\sqrt{y}}$

* $y = \frac{(R + R_0)^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_c^2} = \frac{(R + R_0)^2 + Z_L^2}{Z_C^2} - \frac{2Z_L}{Z_C} + 1 = ax^2 + bx + c$

với $a = (R + R_0)^2 + Z_L^2 > 0$; $b = -2Z_L$; $c = 1$; $x = \frac{1}{Z_C}$

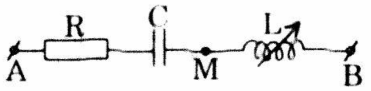
y_{min} thì $U_{C\,max}$ và khi đó :

$$Z_C = \frac{(R + R_0)^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{(50 + 25)^2 + 75^2}{75} = 150(\Omega)$$

→ $C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.150} \approx 21{,}2.10^{-6}(F) = 21{,}2(\mu F)$

* Lúc này $U_{C\,max} = \frac{U\sqrt{(R + R_0)^2 + Z_L^2}}{R + R_0} = \left(\frac{300}{\sqrt{2}}\right)\frac{\sqrt{(50 + 25)^2 + 75^2}}{(50 + 25)} = 300(V)$.

75 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$R = 100\Omega$, $u_{AB} = 200\sin 100\pi t$ (V).

1. Mắc vào M, B một ampe kế nhiệt thì nó chỉ 1A. Tính C ?

2. Lấy ampe kế ra; đổi L để U_{MB} đạt cực đại. Tìm L khi đó và hệ số công suất của mạch tương ứng.

Giải

1.* Mắc Ⓐ vào MB; $R_a = 0$ nên ta nối tắt N, B; dòng không qua L.

* Mạch chỉ còn lại R nối tiếp với C.

* $Z_1 = \dfrac{U}{I_1} = \dfrac{200}{\sqrt{2}.1} = 100\sqrt{2}\ (\Omega)$;

$$Z_1^2 = R^2 + Z_C^2 \quad \rightarrow \quad Z_C = \sqrt{Z_1^2 - R^2} = \sqrt{(100\sqrt{2})^2 - 100^2} = 100\Omega;$$

$$C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.100} = \frac{1}{\pi}.10^{-4}\ (\text{F}).$$

2.* Không có Ⓐ; mạch có R nối tiếp C nối tiếp L.

* $$U_{MB} = U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2}}} = \frac{\text{const}}{\sqrt{y}} \qquad (1)$$

* y_{min} thì $U_{L\,max}$ với $$y = \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_L^2} - \frac{2Z_C}{Z_L} + 1$$

$$= ax^2 + bx + c \qquad (2)$$

với $a = R^2 + Z_C^2 > 0$; $b = -2Z_C$; $c = 1$; $x = \dfrac{1}{Z_L}$

y_{min} khi $$x = -\frac{b'}{a} = -\frac{(-Z_C)}{R^2 + Z_C^2} = \frac{1}{Z_{L_0}} \quad \rightarrow \quad Z_{L_0} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \qquad (3)$$

* Thay số vào (3) ta có :

$$Z_{L_0} = \frac{100^2 + 100^2}{100} = 200\Omega; \qquad L_0 = \frac{1}{\omega Z_{L_0}} = \frac{1}{100\pi.200} = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}\ (\text{F})$$

* Tổng trở lúc này là : $Z = \sqrt{R^2 + (Z_{L_0} - Z_C)^2} = \sqrt{100^2 + (200 - 100)^2} = 100\sqrt{2}\ (\Omega$

* Hệ số công suất toàn mạch : $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z} = \dfrac{100}{100\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

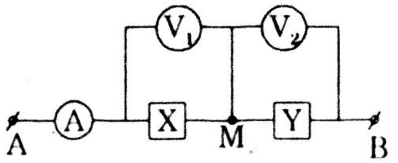
Chủ đề 7

TOÁN HỘP ĐEN

※ *Cho một hộp đen (bên trong chưa biết yếu tố nào). Xác định các yếu tố trong hộp khi cho thêm những dữ kiện khác (ví dụ số đo của các dụng cụ, độ lệch pha...)*

※ *Dựa vào các dữ kiện, vận dụng các qui luật của dòng xoay chiều. Sử dụng phương pháp loại trừ ta suy ra yếu tố trong hộp đen.*

76 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



X và Y là hai hộp, mỗi hộp chỉ chứa hai trong 3 phần tử : điện trở thuần, cuộn dây thuần cảm, tụ điện nối tiếp nhau. Các dụng cụ đo vạn năng (đo được cho cả dòng 1 chiều và dòng xoay chiều), có điện trở $R_A = 0$, các $R_V = \infty$.

※ Khi mắc A, M vào nguồn 1 chiều, ampe kế chỉ 2(A); vôn kế V_1 chỉ 60(V).

※ Khi mắc A và B vào nguồn xoay chiều hình sin, tần số 50Hz, ampe kế chỉ 1A; các vôn kế cùng chỉ 60V nhưng u_{AM} và u_{MB} lệch pha nhau $\frac{\pi}{2}$.

Hỏi X, Y chứa các phần tử nào ? Tìm các giá trị của chúng ?

Giải

※ Khi mắc A, M vào nguồn một chiều :

+ Nếu X có chứa tụ điện thì dòng một chiều không qua được tụ (vì $Z_C = \frac{1}{\omega C}$; $\omega \to 0$; $Z_C \to \infty$).

+ Vậy X chỉ có thể là R_1 nối tiếp với cuộn dây L_1 thuần cảm.

+ Đối với dòng 1 chiều, $Z_{L_1} = \omega L_1$; L_1 hữu hạn, $\omega \to 0$ nên $Z_{L_1} = 0$. Vậy cuộn dây thuần cảm chỉ như là 1 dây nối không có điện trở hoạt động.

+ Vậy $R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{60}{2} = 30\Omega$.

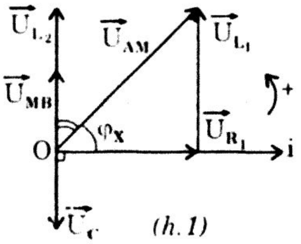
※ V_1, V_2 chỉ U_{AM}, U_{MB} như nhau nên $Z_{AM} = Z_{MB}$ (khi có nguồn xoay chiều mắc vào A, B).

+ $Z_{AM} = \frac{U_{AM}}{I} = \frac{60}{1} = 60\Omega$; $Z_{L_1} = \sqrt{Z_{AM}^2 - R_1^2} = 30\sqrt{3}\,(\Omega)$

+ $\omega = 2\pi f = 100\pi$ rad/s; $\quad L_1 = \dfrac{Z_{L_1}}{\omega} = \dfrac{30\sqrt{3}}{100\pi} \approx 0,165$ (H).

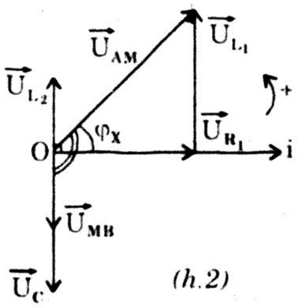
+ Nếu Y gồm Z_{L_2} và Z_C nối tiếp thì :

$$tg\varphi_X = \frac{Z_{L_1}}{R_1} = \frac{30\sqrt{3}}{30} = \sqrt{3} \quad \rightarrow \quad \varphi_X = \frac{\pi}{3}$$



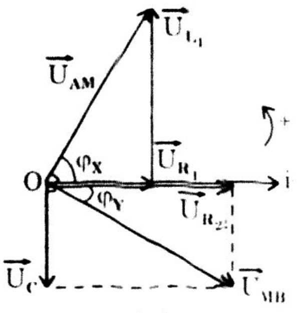
$\vec{U}_{L_2}$
$\vec{U}_{AM}$
$\vec{U}_{L_1}$
$\vec{U}_{MB}$
+
φ_X
O
$\vec{U}_{R_1}$
i
$\vec{U}_C$

(h.1)



$\vec{U}_{AM}$
$\vec{U}_{L_1}$
$\vec{U}_{L_2}$
+
φ_X
O
$\vec{U}_{R_1}$
i
$\vec{U}_{MB}$
$\vec{U}_C$

(h.2)



$\vec{U}_{L_1}$
$\vec{U}_{AM}$
+
φ_X
$\vec{U}_{R_1}$
O
i
φ_Y
$\vec{U}_{R_2}$
$\vec{U}_C$
$\vec{U}_{MB}$

(h.3)

Ở hình 1 : U_{MB} lệch pha với U_{AM} 1 góc bé hơn $\dfrac{\pi}{2}$.

Ở hình 2 : U_{MB} lệch pha với U_{AM} 1 góc lớn hơn $\dfrac{\pi}{2}$.

Vậy không thỏa mãn điều kiện U_{AM} lệch pha với U_{MB} một góc $\dfrac{\pi}{2}$ (loại).

+ Lập luận tương tự Y không thể có R_2 nối tiếp với L_2.

+ Chỉ còn Y gồm R_2 nối tiếp với C (h.3).

Từ bài ra ta có : $\quad \varphi_Y = -\dfrac{\pi}{6}$.

+ $Z_{MB} = Z_{AM} = 60\Omega$;

$$\cos\varphi_Y = \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{R_2}{Z_{MB}} \rightarrow \quad R_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} Z_{MB} = 30\sqrt{3}\,(\Omega)$$

+ $tg\varphi_Y = tg\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) = -\dfrac{1}{\sqrt{3}} = -\dfrac{Z_C}{R_2} \rightarrow \quad Z_C = \dfrac{R_2}{\sqrt{3}}$

$$Z_C = \frac{30\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 30\Omega; \quad C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.30} \approx 106.10^{-6}\,(F)$$

+ *Đáp số* : $X\begin{cases} R_1 = 30(\Omega) \\ L_1 = 0,165(H) \end{cases} \quad Y\begin{cases} R_2 = 30\sqrt{3}(\Omega) \\ C = 106(\mu F) \end{cases}$.

77 Cho đoạn mạch nối tiếp ABC gồm một tụ điện (đoạn AB) và một cuộn cảm (đoạn BC). Khi tần số dòng xoay chiều qua mạch là 1000Hz thì ta đo được $U_{AB} = 2(V)$; $U_{BC} = \sqrt{3}(V)$; $U_{AC} = 1(V)$ và dòng qua mạch là : $I = 10^{-3}(A)$.

a) Tìm điện trở thuần của cuộn cảm.

b) Tìm L của cuộn cảm.

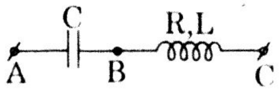
Có đoạn mạch nối tiếp thứ hai A'B'C' chứa hai linh kiện nào đó thuộc loại cuộn cảm, tụ điện, điện trở thuần. Khi dòng xoay chiều qua mạch này có tần số 1000Hz ta đo được $U_{A'B'} = 2(V)$; $U_{B'C'} = \sqrt{3}(V)$; $U_{A'C'} = 1(V)$ và dòng qua mạch là $I' = 10^{-3}(A)$. Giữ cố định $U_{A'C'}$, tăng tần số lên quá 1000Hz thì dòng qua mạch A'B'C' giảm.

c) A'B'C' chứa những gì ? Vì sao ?

d) A'B' và B'C' chứa gì ? Vì sao ?

e) Tìm điện trở thuần trên A'B'C' nếu có ?

Giải



a)* Vẽ giản đồ vectơ theo giả thiết (h.1).

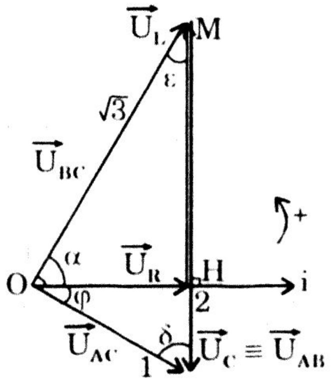
* Từ giản đồ và từ giả thiết ta có :

$(\sqrt{3})^2 + 1^2 = 2^2 \quad \rightarrow \quad U_{AB}^2 = U_{AC}^2 + U_{BC}^2$

nên $\overrightarrow{U_{BC}} \perp \overrightarrow{U_{AC}}$.

* $U_{AC} = 1(V) = \dfrac{U_{AB}}{2} \quad \rightarrow \quad \varepsilon = 30^\circ;\ \delta = 60^\circ;$

$\varphi = 30^\circ;\ \alpha = 60^\circ$


$\overrightarrow{U_L}$
M
ε
√3
$\overrightarrow{U_{BC}}$
+
α
$\overrightarrow{U_R}$
O
φ
H
i
2
$\overrightarrow{U_{AC}}$
δ
1
$\overrightarrow{U_C} \equiv \overrightarrow{U_{AB}}$

(h.1)

* $U_R = U_{AC}\cos 30^\circ \quad \rightarrow \quad IR = IZ_{AC}\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$$\rightarrow \quad R = \frac{Z_{AC}\sqrt{3}}{2} \qquad (1)$$

* Theo giả thiết ta có : $Z_{AC} = \dfrac{U_{AC}}{I} = \dfrac{1}{10^{-3}} = 1000\Omega$

$$\rightarrow \quad R = \frac{1000\sqrt{3}}{2} = 500\sqrt{3}\,(\Omega).$$

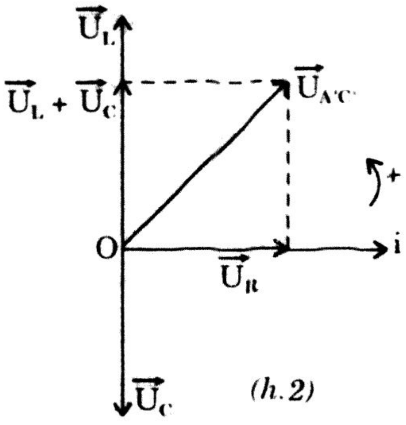
b)* $U_L = U_R.\text{tg}\alpha \quad \rightarrow \quad IZ_L = IR\text{tg}\alpha$

$$\rightarrow \quad Z_L = R\text{tg}\alpha = 500\sqrt{3}.\text{tg}60^\circ = 1500(\Omega)$$

* $L = \frac{Z_L}{\omega}$ với $\omega = 2\pi f = 2\pi.10^3$ (rad/s)

$L = \frac{1500}{2\pi.10^3} = \frac{3}{4\pi}$ (H) ≈ 0,24(H).

c)* Xét mạch A'B'C' nếu có cả 3 linh kiện R, L, C thì theo giản đồ vectơ (h.2) thì $U_{A'C'} > U_R$.



(h.2)

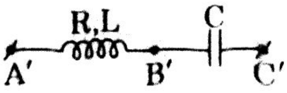
* Đoạn mạch chỉ chứa 2 linh kiện mà $U_{A'C'} < U_{A'B'} + U_{B'C'}$ nên đoạn mạch không chứa điện trở hoạt động.

* Nếu 2 linh kiện đều cùng tính chất (cùng thuần cảm hoặc cùng tụ) thì $U_{A'C'}$ phải lớn hơn $U_{A'B'} + U_{B'C'}$ (trái giả thiết).

* Vậy mạch chỉ chứa cuộn dây và tụ (giống đoạn mạch ABC).

d)* Nếu A'B' chứa tụ thì với các giả thiết ta có đoạn mạch A'B'C' giống hệt đoạn mạch ABC. Lúc đó khi tăng f; Z_L tăng; Z_C giảm, $(Z_L - Z_C)$ giảm (kể từ lúc $Z_C > Z_L$ ở câu a) và I tăng.

Điều này trái với giả thiết.

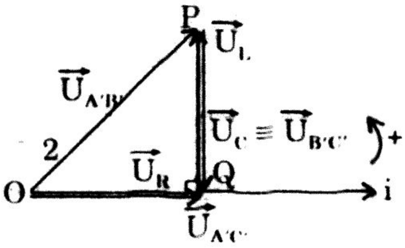


(h.3)

* Vậy A'B' chứa cuộn dây; B'C' chứa tụ (h.3)

* Vẽ giản đồ vectơ cho mạch A'B'C' (h.4).

Với $U_{A'B'} = 2$(V); $U_{B'C'} = \sqrt{3}$ (V); $U_{A'C'} = 1$(V) thì chúng hợp thành một tam giác vuông; $\overrightarrow{U_{A'C'}} \equiv \overrightarrow{U_R}$; $\varphi = 0^\circ$, mạch có cộng hưởng với tần số góc ω. Vì vậy mà khi tăng hoặc giảm ω, I đều giảm.



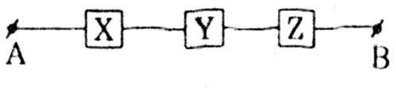
(h.4)

e) Do có cộng hưởng nên $Z_{min} = R$ và $R = \frac{U_{A'C'}}{I} = \frac{1}{10^{-3}} = 1000(\Omega)$.

78 Một mạch xoay chiều gồm 3 phần tử nối tiếp nhau và khác nhau.

AB có $u = 200\sin 100\pi t$ (V) ; $i = \sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ (A)

Biết rằng 1 trong 3 phần tử là tụ điện.



1. Hỏi 2 phần tử còn lại chứa gì ?

2. Tìm các đại lượng đặc trưng cho các phần tử ấy ?

Giải

1. * Đã có 1 phần tử chứa tụ điện. Nếu cả 3 đều là tụ thì pha lệch giữa u và i chỉ có thể là $\frac{\pi}{2}$ (trái giả thiết là $\frac{\pi}{4}$).

* Vì Z_L và Z_C có P = 0 nên 1 phần tử còn lại phải là R. Nếu phần tử còn lại là Z_L thì sẽ phù hợp với giả thiết.

2. * $P = I^2R \quad \rightarrow \quad R = \frac{P}{I^2} \quad$ với $\quad I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1(A)$

thì $\quad R = \frac{P}{I^2} = \frac{100}{1^2} = 100\Omega.$

* Theo giả thiết u sớm pha hơn I một góc $\frac{\pi}{4}$ nên : $tg\frac{\pi}{4} = 1 = \frac{Z_L - Z_C}{R}$

$\rightarrow \quad Z_L = R + Z_C$ hoặc $Z_L - Z_C = R.$

* Theo giả thiết : $Z = \frac{U_C}{I_0} = \frac{200}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{2}\,(\Omega)$

* $\quad Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2$

$\Rightarrow \quad Z_L = Z_C \pm \sqrt{Z^2 - R^2} = Z_C \pm \sqrt{(100\sqrt{2})^2 - 100^2} = Z_C \pm 100$

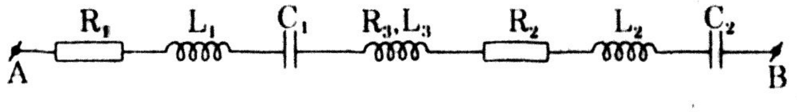
* Với $Z_L = Z_C + R = Z_C + 100 > Z_L$ nên trong $Z_L = Z_C \pm 100$ ta chỉ lấy $Z_L = Z_C + 100$. Vậy có rất nhiều cặp nghiệm của Z_L và Z_C miễn là $Z_L - Z_C = 100$.

Ví dụ : $Z_L = 200(\Omega)$, $Z_C = 100(\Omega)$ hoặc $Z_L = 300(\Omega)$, $Z_C = 200(\Omega)$ v.v...

Chủ đề 8

MẠCH R, L, C NỐI TIẾP TỔNG HỢP

79 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



BA có $u = 220\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

$L_1 = \frac{0,1}{\pi}(H)$; $\quad L_2 = \frac{0,2}{\pi}(H)$; $\quad L_3 = \frac{0,3}{\pi}(H)$;

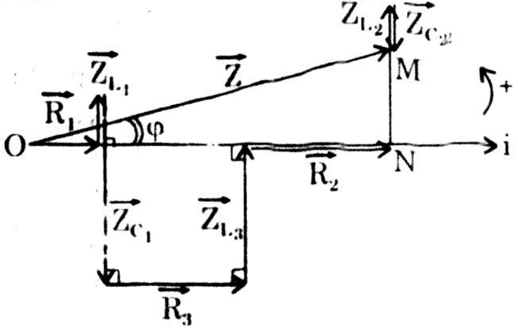
$R_1 = 10(\Omega)$; $\quad R_2 = 20(\Omega)$; $\quad R_3 = 30(\Omega)$;

$C_1 = \frac{1}{4\pi}.10^{-3}(F)$; $\quad C_2 = \frac{1}{\pi}.10^{-3}(F)$.

Tìm giá trị cường độ hiệu dụng qua mạch ?

Giải

* Dựa vào tính cảm kháng của các L, tính dung kháng của các C và sự cùng pha của các u_R và i ta vẽ giản đồ điện trở (do nối tiếp, i như nhau, giản đồ này sẽ đồng dạng với giản đồ các u).



* $Z_{L_1} = \omega L_1 = 100\pi\dfrac{0,1}{\pi} = 10\Omega;$

$Z_{L_2} = \omega L_2 = 100\pi\dfrac{0,2}{\pi} = 20\Omega;$

$Z_{L_3} = \omega L_3 = 100\pi\dfrac{0,3}{\pi} = 30\Omega;$

$Z_{C_1} = \dfrac{1}{\omega C_1} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{1}{4\pi}.10^{-3}} = 40\Omega;$ $\quad Z_{C_2} = \dfrac{1}{\omega C_2} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{1}{\pi}.10^{-3}} = 10\Omega$

* $\vec{Z} = \overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{Z_{L_1}} + \overrightarrow{Z_{C_1}} + \overrightarrow{R_3} + \overrightarrow{Z_{L_3}} + \overrightarrow{R_2} + \overrightarrow{Z_{L_2}} + \overrightarrow{Z_{C_2}}$

* $ON = R_1 + R_2 + R_3$

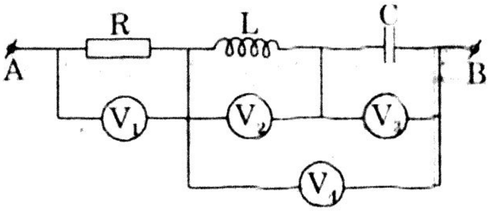
$MN = \left(Z_{L_1} + Z_{L_2} + Z_{L_3}\right) - \left(Z_{C_1} + Z_{C_2}\right)$

* $Z = \sqrt{(R_1 + R_2 + R_3)^2 + \left[\left(Z_{L_1} + Z_{L_2} + Z_{L_3}\right) - \left(Z_{C_1} + Z_{C_2}\right)\right]^2}$

* Thay số ta có : $Z \approx 61(\Omega)$

* $I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{220}{61} \approx 3,61\ (A).$

80 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



Các vôn kế có $R_V = \infty$.

Số chỉ các vôn kế $\begin{cases} V_1 \text{ là } 39(V) \\ V_2 \text{ là } 80(V) \\ V_3 \text{ là } 28(V) \end{cases}$

Tìm số chỉ của vôn kế V_4, U_{AB}, cosφ toàn mạch ?

Giải

* V_1 chỉ $U_R = 39(V)$; $\quad V_2$ chỉ $U_L = 80(V)$; $\quad V_3$ chỉ $U_C = 28(V)$

* Mạch R, L, C nối tiếp nên :

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{39^2 + (80 - 28)^2} = 65(V).$$

* Vôn kế V_4 chỉ $U_{LC} = |U_L - U_C| = |80 - 28| = 52(V)$

* $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z} = \dfrac{IR}{IZ} = \dfrac{U_R}{U} = \dfrac{39}{65} = 0{,}6.$

81 Mắc cuộn dây vào nguồn không đổi $U_1 = 30V$ thì cường độ dòng qua nó là $I_1 = 0{,}5A$.

Nếu mắc cuộn dây này vào nguồn xoay chiều $u_2 = 200\sqrt{2}\sin 100t$ (V) thì cường độ hiệu dụng qua cuộn dây là $I_2 = 2A$.

1. Tìm điện trở hoạt động R và độ tự cảm L của cuộn dây ?

2. Nối tiếp cuộn dây trên với tụ $C = 50\mu F$ rồi mắc vào đoạn mạch này nguồn $u_3 = 120\sqrt{2}\sin 200t$ (V).

a Tìm tổng trở Z của đoạn mạch.

b Viết biểu thức $u_{cd}(t)$ giữa 2 đầu cuộn dây và u_C giữa hai đầu tụ.

c Để cường độ hiệu dụng I của đoạn mạch trên cực đại thì phải mắc thêm vào mạch một tụ có điện dung bao nhiêu ?

Giải

1. * Với dòng 1 chiều $\omega \to 0$ thì cuộn dây có $Z_L = 0$ và nó như 1 điện trở hoạt động R.

$$R = \frac{U_1}{I_1} = \frac{30}{0{,}5} = 60(\Omega)$$

* Với nguồn xoay chiều u_2 thì : $Z_2 = \dfrac{U_2}{I_2} = \dfrac{200}{2} = 100(\Omega)$

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + Z_{L_2}^2} \Rightarrow Z_{L_2} = \sqrt{Z_2^2 - R^2} = \sqrt{100^2 - 60^2} = 80(\Omega)$$

Với $\omega_2 = 100$ (rad/s) thì : $L = \dfrac{Z_{L_2}}{\omega_2} = \dfrac{80}{100} = 0{,}8(H)$.

2.a)) * Với $\omega_3 = 200$ (rad/s) → $Z_{L_3} = \omega_3 L = 200.0{,}8 = 160(\Omega)$

* $C = 50(\mu F)$ → $Z_{C_3} = \dfrac{1}{\omega_3 C} = \dfrac{1}{200.50.10^{-6}} = 100(\Omega)$

* $Z_3 = \sqrt{R^2 + (Z_{L_3} - Z_{C_3})^2} = \sqrt{60^2 + (160 - 100)^2} = 60\sqrt{2}\,(\Omega).$

b) * $I_0 = \dfrac{U_0}{Z_3} = \dfrac{120\sqrt{2}}{60\sqrt{2}} = 2(A)$

$$* \quad tg\varphi_3 = \frac{Z_{L_3} - Z_{C_3}}{R} = \frac{160 - 100}{60} = +1 \quad \rightarrow \quad \varphi_3 = +\frac{\pi}{4};$$

u_3 sớm pha hơn i_3 nên : $\quad i_3 = 2\sin\left(200t - \frac{\pi}{4}\right)(A)$

$$* \quad Z_{cd} = \sqrt{R^2 + Z_{L_3}^2} = \sqrt{60^2 + 160^2} \approx 171(\Omega)$$

$$* \quad U_{0cd} = I_0 Z_{cd} = 2.171 = 342\ (V).$$

$$* \quad tg\varphi_{cd} = \frac{Z_{L_3}}{R} = \frac{160}{60} = \frac{8}{3} \quad \rightarrow \quad \varphi_{cd} \approx 1{,}21\ (rad);$$

u_{cd} sớm pha hơn i nên :

$$u_{cd} = 342\sin\left(200t - \frac{\pi}{4} + 1{,}21\right) = 342\sin(200t + 0{,}425)\ (V)$$

$*$ $U_{0C} = I_0 Z_{C_3} = 2.100 = 200(V)$ và u_C muộn pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$ nên :

$$u_C = 200\sin\left(200t - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) = 200\sin\left(200t - \frac{3\pi}{4}\right)(V).$$

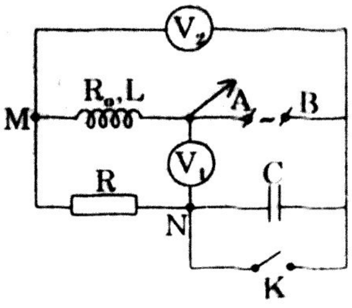
c) $*$ I_{max}, mạch có cộng hưởng nên :

$$Z_{C_0} = Z_{L_3} \rightarrow C_0 = \frac{1}{\omega_3 Z_{L_3}} = \frac{1}{200.160} = 31{,}25.10^{-6}(F) = 31{,}25(\mu F)$$

$*$ Vì $C_0 < C$ nên ta phải mắc thêm 1 tụ C' nối tiếp với C sao cho :

$$C_0 = \frac{CC'}{C + C'} \quad \rightarrow \quad C' = \frac{C.C_0}{C - C_0} = \frac{50.31{,}25}{50 - 31{,}25} \approx 83{,}3(\mu F).$$

82 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$L = \frac{4}{5\pi}(H)$; $\quad R = 60\Omega$; $\quad R_d = 0$;

$R_V = \infty$; $\quad R_K = 0$.

Đặt vào A và B một hiệu điện thế xoay chiều ổn định, f = 50Hz.

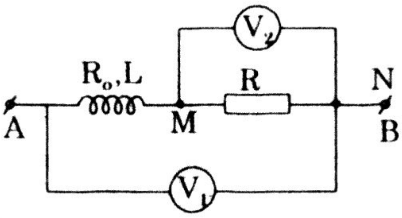
a) Khi K đóng, u_{MN} trễ pha $\frac{\pi}{4}$ so với u_{AB}; vôn kế V_1 chỉ 170(V). Tìm số chỉ của vôn kế V_2 ?

b) Khi K mở, chỉnh C để mạch có cộng hưởng. Tìm số chỉ của các vôn kế khi đó.

Giải

a) * *K đóng* : N ≡ B; dòng không qua C. Mạch chỉ còn R, R_0, L nối tiếp (h.1);
$\omega = 2\pi f = 100\pi$ (rad/s)

* $Z_L = \omega L = 100\pi.\dfrac{4}{5\pi} = 80(\Omega)$.



(h.1)

* Vôn kế V_2 chỉ U_{MN} cùng pha với i mà u_{MN} trễ pha hơn u_{AB} nên u_{AB} sớm pha hơn i một góc $\dfrac{\pi}{4}$ và :

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{Z_L}{R + R_0} = \mathrm{tg}\frac{\pi}{4} = 1 \rightarrow R + R_0 = Z_L \rightarrow R_0 = Z_L - R = 20(\Omega).$$

* Vôn kế V_1 chỉ $U_{AB} = 170$(V).

Với $R + R_0 = Z_L \quad \rightarrow \quad U_L = I(R + R_0)$

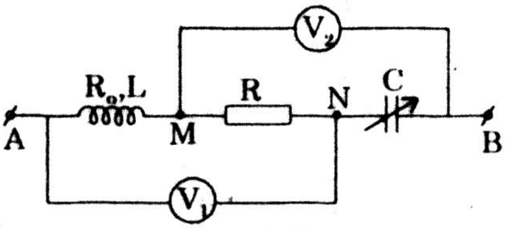
$$U^2 = (U_R + U_{R_0})^2 + U_L^2 = U_L^2 + U_L^2 = 2U_L^2$$

$$\rightarrow \quad U_L = \frac{U}{\sqrt{2}} = \frac{170}{\sqrt{2}} = 120(V).$$

* $U_R = IR; \quad U_L = IZ_L \quad \rightarrow \quad U_R = U_L\dfrac{R}{Z_L} = 120.\dfrac{60}{80} = 90(V)$

Vậy vôn kế V_2 chỉ $U_R = 90$(V).

b) *K mở* : Mạch như hình 2.



(h.2)

* Mạch có cộng hưởng nên :

$Z_L = Z_C = 80(\Omega)$

$$\rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega Z_L} = \frac{1}{100\pi.80} = 39{,}79.10^{-6}\ (F)$$

$$= 39{,}79(\mu F)$$

* $I_{max} = \dfrac{U_{AB}}{Z_{min}} = \dfrac{U_{AB}}{R + R_0} = \dfrac{170}{60 + 20} \approx 2{,}125(A) = 1{,}5\sqrt{2}\,(A)$

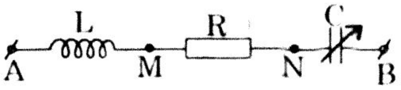
* $Z_{AN} = \sqrt{(R + R_0)^2 + Z_L^2} = \sqrt{(60 + 20)^2 + 80^2} = 80\sqrt{2}\,(\Omega)$

$U_{AN} = I_{max}Z_{AN} = 1{,}5\sqrt{2}.80\sqrt{2} = 240(V) \rightarrow$ Vôn kế V_1 chỉ 240(V)

* $Z_{MB} = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100(\Omega)$

$U_{MB} = I_{max}Z_{MB} = 1{,}5\sqrt{2}.100 = 150\sqrt{2}\,(V) \approx 212(V) \rightarrow$ Vôn kế V_2 chỉ 212(V).

83 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



AB có $u = 220\sin 120\pi t$ (V).

$L = 45{,}94(\text{mH})$; $R = 10(\Omega)$

1. Khi $C = C_1 = 121.10^{-6}$ F; viết i(t) toàn mạch; $u_{AN}(t)$ và P_1 của AB.
2. C thay đổi, tìm $C = C_2$ để u_{AN} có cực đại. Tìm U_{AN} max ?
3. Khi $C = C_2$, công suất của AB bằng mấy, có đặc điểm gì ? Vẽ dáng điệu của hàm số $P(Z_C)$. Từ đó suy ra $C = C'_1$ để đoạn mạch có cùng công suất P_1 ở trên.

Giải

1. * $Z_L = \omega L = 120\pi.45{,}94.10^{-3} \approx 10\sqrt{3}\,(\Omega) \approx 17{,}3(\Omega)$

* $Z_{C_1} = \dfrac{1}{\omega C_1} = \dfrac{1}{120\pi.121.10^{-6}} \approx 21{,}9(\Omega)$

* $Z_1 = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2} = \sqrt{10^2 + (17{,}3 - 21{,}9)^2} \approx 11(\Omega)$

* $I_1 = \dfrac{U}{Z_1} = \dfrac{220}{\sqrt{2}.11} = 10\sqrt{2}\,(A)$ và $I_0 = I\sqrt{2} = 20(A)$

* $\text{tg}\varphi = \dfrac{Z_L - Z_{C_1}}{R} = \dfrac{17{,}3 - 21{,}9}{10} = -0{,}46 \quad \rightarrow \quad \varphi \approx -0{,}14\pi$ (rad)

u muộn pha hơn i nên : $i = 20\sin(120\pi t + 0{,}14\pi)$ (A)

* $Z_{AN} = \sqrt{Z_L^2 + R^2} = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + 10^2} = 20\Omega$; $U_{0AN} = I_0 Z_{AN} = 400(V)$

$\text{tg}\varphi_{AN} = \dfrac{Z_L}{R} = \dfrac{10\sqrt{3}}{10} = \sqrt{3} \quad \rightarrow \quad \varphi_{AN} = \dfrac{\pi}{3}$;

u_{AN} sớm pha hơn i nên :

$$u_{AN} = 400\sin\left(120\pi t + 0{,}14\pi + \frac{\pi}{3}\right) = 400\sin(120\pi t + 0{,}47)\ (V)$$

* $P_1 = I_1^2 R = (10\sqrt{2})^2.10 = 2000(W)$.

2. * Do $U_{AN} = IZ_{AN}$; với $Z_{AN} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \text{const}$, $U_{AN\max}$ khi $I_{\max}$.

* Vậy mạch có cộng hưởng và $Z_L = Z_{C_2}$

$\rightarrow \quad C_2 = \dfrac{1}{\omega Z_L} = \dfrac{1}{120\pi.10\sqrt{3}} \approx 153.10^{-6}(F) = 153(\mu F)$

* Lúc này $I_{max} = \frac{U}{R} = \frac{220}{\sqrt{2}.10} = 11\sqrt{2}\,(A)$

$$(U_{AN})_{max} = I_{max}.Z_{AN} = 11\sqrt{2}.20 = 220\sqrt{2}\,(V).$$

* $P = I^2R$ với $R = const$; $P_{max} \leftrightarrow I_{max}$.

Ta có : $P_{max} = I^2_{max}R = (11\sqrt{2})^2.10 = 2420(W)$.

3. * Vậy khi $C = C_2$; $P_{max} = 2420(W)$

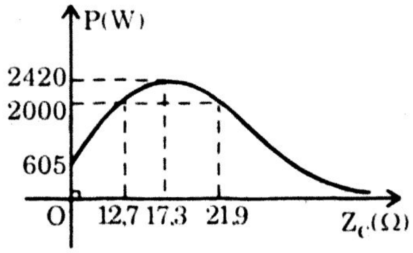
* Cho C biến thiên thì Z_C biến thiên và $P = I^2R$ biến thiên

$$P = I^2R = \frac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

* Khi $Z_C = 0$ → $P = \frac{U^2R}{R^2 + Z_L^2} = \frac{U^2R}{Z_{AN}^2} = \left(\frac{220}{\sqrt{2}}\right)^2.\frac{10}{(20)^2} = 605(W)$

* Khi $Z_C \to \infty$ thì $P \to 0$ (trục OZ_C là đường tiệm cận).

* Khi $Z_C = Z_{C_2} = Z_L = 10\sqrt{3}\,(\Omega)$ thì $P_{max} = 2420(W)$.



* Khi $P = P_1$ thì $P_1 = \frac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

Thay số : $2000 = \left(\frac{220}{\sqrt{2}}\right)^2.\frac{10}{(10)^2 + (10\sqrt{3} - Z_C)^2}$

Giải ra ta có : $Z_{C_1} = 21,9(\Omega)$; $C_1 = 121.10^{-6}F = 121(\mu F)$

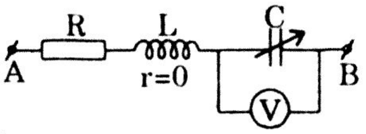
$$Z_{C'_1} = 12,7(\Omega);\quad C'_1 = \frac{1}{\omega Z'_{C_1}} = \frac{1}{120\pi.12,7} \approx 209.10^{-6}F$$

$$C'_1 = 209(\mu F)$$

Vậy có hai giá trị C_1 và C'_1 làm mạch có cùng công suất $P_1 = 2000W$.

84 Cho mạch như hình vẽ. AB có $u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

$L = \frac{2}{\pi}(H)$; $R = 100(\Omega)$; $R_V = \infty$



1. Khi tụ có giá trị C thì i sớm pha hơn u và $I = 0,5\sqrt{2}$ (A). Tìm C ?

2. Đổi C để cosφ toàn mạch cực đại. Tìm C ? I ?

3. Thay R bằng R_0 rồi mới đổi C đến C_0 thì vôn kế chỉ cực đại bằng 125(V). Tìm R_0, C_0 ?

Giải

1.* $Z_L = \omega L = 100\pi.\frac{2}{\pi} = 200(\Omega)$; $Z = \frac{U}{I} = \frac{100}{0,5\sqrt{2}} = 100\sqrt{2}\,(\Omega)$

* $Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 \rightarrow Z_C = Z_L \pm \sqrt{Z^2 - R^2} = 200 \pm \sqrt{(100\sqrt{2})^2 - 100^2}$

$$Z_C = 200 \pm 100 = \begin{cases} 300(\Omega) \\ 100(\Omega) \end{cases}$$

* Do i sớm pha hơn u, u muộn pha hơn i nên mạch có tính dung kháng. $Z_C > Z_L$. Vậy chỉ chọn $Z_C = 300(\Omega)$

$$C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.300} = \frac{1}{3\pi}.10^{-4}\,(F).$$

2.* Khi $(\cos\varphi)_{max} = 1$; $\varphi = 0^o$, u và i cùng pha, mạch có cộng hưởng.

Vậy $Z_L = Z_C = 200\Omega$.

* $$C = \frac{1}{\omega Z_L} = \frac{1}{100\pi.200} = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}\,(F)$$

* Lúc này : $I_{max} = \frac{U}{Z_{min}} = \frac{U}{R} = \frac{100}{100} = 1(A)$.

3.* Với U, R_0, Z_L không đổi, C và Z_C là biến số.

* $$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R_0^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{R_0^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2}}} = \frac{const}{\sqrt{y}} \quad (1)$$

* Với $$y = \frac{R_0^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2} = \frac{R_0^2 + Z_L^2}{Z_C^2} - \frac{2Z_L}{Z_C} + 1 = ax^2 + bx + c \quad (2)$$

trong đó $R_0^2 + Z_L^2 = a > 0$; $b = -2Z_L$; $c = 1$; $x = \frac{1}{Z_C}$

* (2) có đồ thị là parabol; có 1 cực tiểu của y khi $x = x_0$

$$x_0 = -\frac{b'}{a} = -\frac{(-Z_L)}{R_0^2 + Z_L^2} = \frac{1}{Z_{C_0}} \rightarrow Z_{C_0} = \frac{R_0^2 + Z_L^2}{Z_L}. \quad (3)$$

* Đưa (3) vào (2) có y_{min} rồi đưa vào (1) có $U_{C\,max}$:

$$U_{C\,max} = \frac{U\sqrt{R_0^2 + Z_L^2}}{R_0} \rightarrow 125 = \frac{100\sqrt{R_0^2 + 200^2}}{R_0}$$

$$\rightarrow R_0 = \frac{800}{3}(\Omega) \quad (4)$$

Thay $R_0 = \frac{800}{3}(\Omega)$ và $Z_L = 200(\Omega)$ vào (3) để có : $\omega C_0 = \frac{Z_L}{R_o^2 + Z_L^2}$

$$\rightarrow \quad C_0 = \frac{Z_L}{\omega(R_0^2 + Z_L^2)} = \frac{200}{100\pi\left[\left(\frac{800}{3}\right)^2 + 200^2\right]} \approx 5{,}73.10^{-6}\,F$$

* Vậy : $R_0 = \frac{800}{3}(\Omega)$; $C_0 = 5{,}73(\mu F)$.

85 Cho mạch R, L, C nối tiếp có C thay đổi được; Hiệu điện thế toàn mạch là $u = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

Khi $C = C_1 = \frac{1}{4\pi}.10^{-4}(F)$ và $C = C_2 = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}\,F$ thì mạch có cùng công suất P = 200(W).

1. Tìm L, R ? Hệ số công suất toàn mạch $\cos\varphi$?
2. Viết biểu thức $i_1(t)$ và $i_2(t)$ ứng với C_1, C_2 ?
3. C bằng mấy để U_C cực đại ? Tìm $U_{C\,max}$ ấy ?

Giải

1.* $$Z_{C_1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{4\pi}.10^{-4}} = 400(\Omega);$$

$$Z_{C_2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{2\pi}.10^{-4}} = 200(\Omega)$$

* Công suất toàn mạch : $P = I^2R = \frac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2} = \frac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2}$

Suy ra $Z_L - Z_{C_1} = \pm(Z_L - Z_{C_2})$

* Do $Z_{C_1} \neq Z_{C_2}$ nên ta chỉ chọn : $Z_L - Z_{C_1} = -(Z_L - Z_{C_2})$

$$\rightarrow \quad Z_L = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2} = \frac{400 + 200}{2} = 300(\Omega).$$

$$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{300}{100\pi} = \frac{3}{\pi}(H) \approx 0{,}96(H).$$

* Vậy : $P = 200 = \frac{200^2R}{R^2 + (300 - 400)^2} \rightarrow \quad R^2 - 200R + 100^2 = 0$

Có nghiệm kép là : $R = 100(\Omega)$; $Z_1 = Z_2 = 100\sqrt{2}\,(\Omega)$

* $$\cos\varphi = \frac{R}{Z_1} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2}} = \frac{100}{\sqrt{100^2 + (300 - 400)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}71$$

Đáp số : $R = 100(\Omega)$; $L = 0{,}96(H)$; $\cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

2.* Khi $C = C_1$ thì $Z_{C_1} = 400\Omega$; $I_{01} = \frac{U_0}{Z_1} = \frac{200\sqrt{2}}{100\sqrt{2}} = 2(A) = I_{02}$.

* $$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C_1}}{R} = \frac{300 - 400}{100} = -1 \rightarrow \varphi_1 = -\frac{\pi}{4} \rightarrow \text{u muộn pha hơn i.}$$

Vậy : $i_1 = 2\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(A)$

* Khi $C = C_2$ thì $Z_{C_2} = 200(\Omega)$; $I_{02} = 2(A)$

$$\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{Z_L - Z_{C_2}}{R} = \frac{300 - 200}{100} = +1 \rightarrow \varphi_2 = +\frac{\pi}{4} \rightarrow \text{u sớm pha hơn i}$$

Vậy : $i_2 = 2\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)(A)$.

3.* C biến thiên; Z_C biến thiên; U, R, Z_L không đổi.

* $$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2}}} = \frac{const}{\sqrt{y}} \quad (1)$$

* $$y = \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_C^2} - \frac{2Z_L}{Z_C} + 1 = ax^2 + bx + c \quad (2)$$

với $a = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_C^2} > 0$; $b = -2Z_C$; $c = 1$; $x = \frac{1}{Z_C}$

* (2) có đồ thì là parabol với y_{min} khi $x = x_0 = \frac{1}{Z_{C_0}}$

$$Z_{C_0} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \quad (3)$$

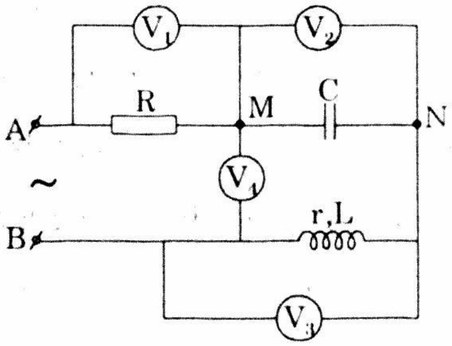
* (3) và $Z_{C_0} = \frac{1}{\omega C_0}$ $\rightarrow$ $C_0 = \frac{3}{\pi}.10^{-5}(F) = 9{,}6(\mu F)$

* Thay Z_{C_0} từ (3) vào (2) có y_{min} và $U_{C\,max} = \dfrac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}$

* Thay số : $U_{C\,max} \approx 632(V)$.

86 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ. Các vôn kế có $R_V = \infty$. Số chỉ các vôn kế V_1, V_2, V_3 lần lượt là $U_1 = 35(V)$; $U_2 = 35(V)$; $U_3 = 85(V)$.

AB có $u = 85\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).



1. Chứng tỏ cuộn dây có $r \neq 0$.
2. Tìm C, L, r ? Biết $R = 70(\Omega)$.
3. Thay C bằng C biến thiên.

a) $C_1 = ?$ để $U_{V_3\,max}$. Tìm $U_{V_3\,max}$?

b) $C_2 = ?$ để $U_{V_2\,max}$. Tìm $U_{V_2\,max}$?

c) $C_3 = ?$ để $U_{V_1\,min}$. Tìm $U_{V_1\,min}$?

d) Vẽ gần đúng các đường cong $U_{V_3}(Z_C)$; $U_{V_2}(Z_C)$; $U_{V_1}(Z_C)$ trên cùng hệ trục tọa độ $U(Z_C)$ và ghi chú các điểm đặc biệt.

Giải

1. * Vôn kế V_3 chỉ $U_{NB} = U_3 = 85(V)$.

Giả sử $r = 0$ thì $U_L = U_3 = 85(V)$.

* Vôn kế V_1 chỉ $U_1 = U_R = 35(V)$; vôn kế V_2 chỉ $U_2 = U_C = 35V$.

* Mạch gồm R, L, C nối tiếp nên :

$$U'_{AB} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{35^2 + (85-35)^2} \approx 61(V).$$

* Giả thiết lại cho $U_{AB} = 85(V) \neq U'_{AB}$. Vậy cuộn dây có $r \neq 0$.

2. * $I = \dfrac{U_R}{R} = \dfrac{35}{70} = 0{,}5(A)$

* $Z_C = \dfrac{U_C}{I} = \dfrac{35}{0{,}5} = 70(\Omega)$; $\quad C = \dfrac{1}{\omega Z_C} = \dfrac{1}{100\pi.70} \approx 45{,}4.10^{-6}(F) = 45{,}4(\mu F)$.

* $Z_{AB} = \dfrac{U_{AB}}{I} = \dfrac{85}{0{,}5} = 170(\Omega)$; $\quad Z_{cd} = \sqrt{r^2 + Z_L^2} = \dfrac{U_3}{I} = \dfrac{85}{0{,}5} = 170(\Omega)$.

* Giải hệ phương trình: $Z_{AB}^2 = (R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2 = 170^2 \qquad (1)$

$$Z_{cd}^2 = r^2 + Z_L^2 = 170^2 \qquad (2)$$

Ta có $Z_L = \dfrac{R^2 + Z_C^2 + 2Rr}{2Z_C} = \dfrac{70^2 + 70^2 + 2.70.r}{2.70} = 70 + r$ (3)

* Đưa (3) vào (2) dẫn đến : $r^2 + 70r - 12000 = 0$

Loại nghiệm $r < 0$ ta có : $r = 80(\Omega)$ (4)

* (3) và (4) : $Z_L = 150(\Omega)$ (5)

* (5) → $L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{150}{100\pi} \approx 0,477(H)$.

3. *R = 70(Ω); r = 80(Ω); Z*

3. *$R = 70(\Omega)$; $r = 80(\Omega)$; $Z_L = 150(\Omega)$; đổi C :*

a) *$C = C_1$:* $U_{V_3} = U_{cd} = IZ_{cd}$; $Z_{cd} = \text{const}$; $U_{V_3\,max}$ khi I_{max}.

* Lúc này mạch có cộng hưởng :

$$Z_L = Z_{C_1} = \frac{1}{\omega C_1} \rightarrow C_1 = \frac{1}{\omega Z_L} = \frac{1}{100\pi.150} = 21,2.10^{-6}\ (F) = 21,2(\mu F)$$

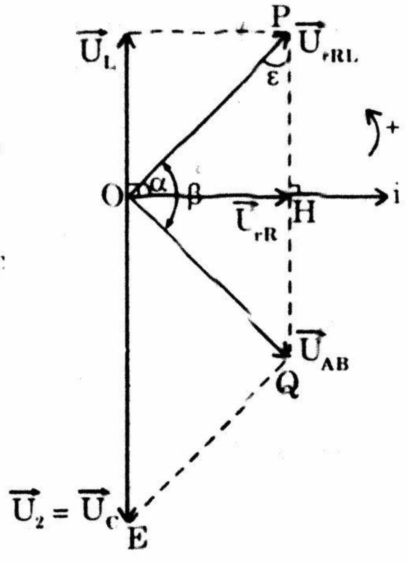
* $I_{max} = \dfrac{U}{Z_{min}} = \dfrac{U}{R + r}$ và $U_{V_3\,max} = I_{max}Z_{cd} = \dfrac{U\sqrt{r^2 + Z_L^2}}{R + r}$

$$U_{V_3\,max} = \frac{85\sqrt{80^2 + 150^2}}{70 + 80} \approx 96,3(V).$$

b) *$C = C_2$:* $U_{V_2} = U_C = IZ_C = \dfrac{UZ_C}{\sqrt{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$

$$= \frac{U}{\sqrt{\dfrac{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2}}} = \frac{\text{const}}{\sqrt{y}} \quad (1)$$

* *Cách 1 : Dùng giản đồ vectơ.*



+ Từ giản đồ suy ra :

$$tg\alpha = \frac{U_L}{U_{rR}} = \frac{Z_L}{R + r} = \frac{150}{70 + 80} = 1 \rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Vì Z_L, R, r không đổi nên $\alpha = \text{const}$ khi Z_C thay đổi và $\sin\alpha = \cos\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \text{const}$.

+ Và $\varepsilon = \alpha = 45^\circ$

+ Do $\overrightarrow{U_{AB}} = \overrightarrow{U_{rRL}} + \overrightarrow{U_C}$.

$$\frac{U_C}{\sin\beta} = \frac{U_{AB}}{\sin(90-\alpha)} = \frac{U}{\cos\alpha} \quad \rightarrow \quad U_C = U_2 = U\frac{\sin\beta}{\cos\alpha} \qquad (2)$$

$\cos\alpha = \text{const}$; $U_2 = U_{V_2\,max}$ khi $(\sin\beta)_{max} = 1$

$$\rightarrow \quad \beta = 90^\circ \quad \text{và} \quad U_{V_2\,max} = \frac{U}{\cos\alpha} = \frac{85}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 85\sqrt{2}\,(V) = 120(V).$$

+ Từ giản đồ ta có ΔOPQ vuông cân

$$U_C = IZ_{C_2} = 2U_L = 2IZ_L \quad \rightarrow \quad Z_{C_2} = 2Z_L = 2.150 = 300(\Omega);$$

$$C_2 = \frac{1}{\omega Z_{C_2}} = \frac{1}{100\pi.300} \approx 10{,}6.10^{-6}\,(F) \quad \rightarrow \quad C_2 = 10{,}6(\mu F).$$

* *Cách 2 : Đưa y về hàm bậc 2*

$$+ \quad y = \frac{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2} = \frac{(R+r)^2 + Z_L^2}{Z_C^2} - \frac{2Z_L}{Z_C} + 1 = ax^2 + bx + c \qquad (3)$$

+ y có đồ thị là 1 parabol; y_{min} khi $x = x_0 = \frac{1}{Z_{C_0}}$

với $a = (R+r)^2 + Z_L^2 > 0$; $b = -2Z_L$; $c = 1$; $x = \frac{1}{Z_C}$.

$$\text{Lúc đó} \quad \frac{1}{Z_{C_0}} = x_0 = -\frac{b'}{a} = \frac{Z_L}{(R+r)^2 + Z_L^2} \quad \rightarrow \quad Z_{C_0} = \frac{(R+r)^2 + Z_L^2}{Z_L} \qquad (4)$$

$$\text{Thay số vào (4) : } Z_{C_0} = \frac{(70+80)^2 + 150^2}{150} = 300(\Omega).$$

+ Đưa đến $C_0 = C_2 = 10{,}6(\mu F)$ và $U_{V_2\,max} = 120(V)$ như trên.

* *Cách 3 (giải tích)* : Khảo sát cực trị bằng đạo hàm, cũng có kết quả trên.

c) $C = C_3$; $U_{V_1\,min}$

* Vôn kế V_1 chỉ $U_{rLC} = U_4$

$$* \quad U_4 = IZ_{rLC} = \frac{U\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \qquad (1)$$

* Chia (1) cho Z_{rLC}, biến đổi ta có : $U_4 = \dfrac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + 2Rr}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} + 1}} = \dfrac{\text{const}}{\sqrt{y+1}}$ (2)

* Xét $$y = \frac{R^2 + 2Rr}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \qquad (3)$$

Đạo hàm (3) theo biến số Z_C → $$y' = \frac{2(R^2 + 2Rr)(Z_L - Z_C)}{[r^2 + (Z_L - Z_C)^2]^2} \qquad (4)$$

* Cho y' = 0 thì $Z_L = Z_{C_3} = 150\Omega$

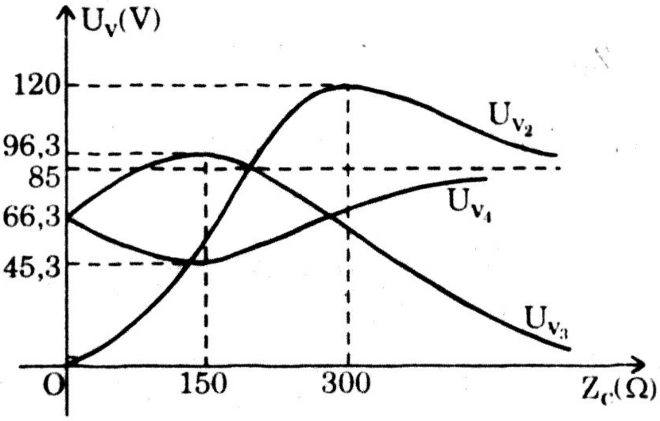
và $$C_3 = \frac{1}{\omega Z_L} = \frac{1}{100\pi.150} \approx 21{,}2.10^{-6}(F)$$

* Lập bảng xét dấu → khi $C_3 = 21{,}2(\mu F)$ thì y_{max} làm cho $U_{4\,min}$. Thay $Z_L = Z_{C_3}$ vào (1) :

Z_C		150	
y'	+	0	–
y	↗	CĐ	↘

$$U_{4\,min} = \frac{Ur}{R + r} = \frac{85.80}{80 + 70} = 45{,}3(V)$$

d) *Đồ thị :*



- $$U_{V_2} = \frac{UZ_C}{\sqrt{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

+ $Z_C = 0$ → $U_{V_2} = 0$

+ $Z_{C_2} = 300(\Omega)$ → $U_{V_2\,max} = 120(V)$

+ $Z_{C_2} \to \infty$; U_{V_2} ⇒ $U = 85(V)$ ($U_{V_2} = 85(V)$ là đường tiệm cận)

- $$U_{V_3} = \frac{U\sqrt{r^2 + Z_L^2}}{\sqrt{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

+ $Z_C = 0$, tính được $U_{V_3} \approx 66{,}3(V)$

+ $Z_{C_1} = 150(\Omega)$; $U_{V_3} = 96{,}3(V)$ (max).

+ $Z_C \to \infty$ thì $U_{V_3} \to 0$ (trục OZ_C là đường tiệm cận).

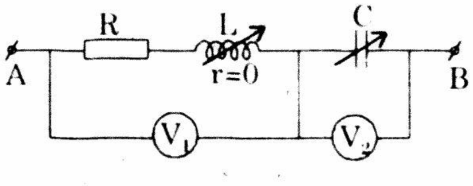
- $U_{V_1} = \dfrac{U\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$

+ $Z_C = 0$, tìm được $U_{V_4} \approx 66{,}3(V)$

+ $Z_{C_3} = 150(\Omega)$; $U_{V_1} = 45{,}3(V)$ (cực tiểu)

+ $Z_C \rightarrow \infty$; thì $U_{V_4} \rightarrow U = 85(V)$ ($U = 85(V)$ là đường tiệm cận).

87 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



A và B có $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

$R_V = \infty$; $R_đ = 0$

1. Cho L xác định, điều chỉnh C thì thấy vôn kế V_1 chỉ giá trị thay đổi và cực đại bằng 200(V).

a) Tìm số chỉ của vôn kế V_2 ?

b) Biết lúc đó $C = C_1 = \dfrac{1}{4\pi}.10^{-3}(F)$. Tìm R, L ?

c) Điều chỉnh $C = C_2 = \dfrac{1}{8\pi}.10^{-3}(F)$. Viết biểu thức i(t) ?

2. Ta lại cho $C = C_1$ rồi điều chỉnh L thì số chỉ của vôn kế V_1 thay đổi. Tìm số chỉ cực đại của vôn kế V_1 và L khi đó.

Giải

1.a) * (V_1) chỉ $U_{RL} = IZ_{RL}$; với $Z_{RL} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \text{const}$;

$U_{RL\,max}$ khi I_{max} (mạch có cộng hưởng).

* Lúc này $Z_L = Z_C$ hay $U_L = U_C$

và $I = \dfrac{U}{R} \rightarrow U = IR = U_R = 120(V)$

* $$U_{RL}^2 = U_R^2 + U_L^2 = U_R^2 + U_C^2 = U^2 + U_C^2$$

$$\rightarrow U_C = \sqrt{U_{RL}^2 - U^2} = \sqrt{200^2 - 120^2} = 160(V).$$

Vôn kế V_2 chỉ 160(V).

b) * $Z_C = Z_{C_1} = \dfrac{1}{\omega C_1} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{1}{4\pi}.10^{-3}} = 40(\Omega)$.

* Vì mạch có cộng hưởng nên :

$Z_L = Z_{C_1} = 40(\Omega)$ → $L = \frac{Z_{C_1}}{\omega} = \frac{40}{100\pi} = 0,13(H).$

* $\left.\begin{matrix} U_L = U_C = I.Z_L \\ U_R = U = IR \end{matrix}\right\}$ → $R = Z_L.\frac{U}{U_C} = 40.\frac{120}{160} = 30(\Omega)$

c) * $Z_{C_2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{8\pi}.10^{-3}} = 80(\Omega)$

* $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2} = \sqrt{30^2 + (40-80)^2} = 50(\Omega);$

$I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{120\sqrt{2}}{50} = 2,4\sqrt{2}\ (A)$

* $tg\varphi = \frac{Z_L - Z_{C_2}}{R} = \frac{40-80}{30} = -\frac{4}{3}$ → $\varphi \approx -0,93$ (rad)

u muộn pha hơn i nên : $i = 2,4\sqrt{3}\sin(100\pi t + 0,93)$ (A)

2.* Với $C = C_1$ nên $Z_C = Z_{C_1} = 40(\Omega)$; L và Z_L là biến số.

* Vôn kế V_1 chỉ U_{RL}

$$U_{RL} = IZ_{RL} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2}{R^2 + Z_L^2}}} = \frac{U}{\sqrt{y}} \quad (1)$$

* Đạo hàm hàm số : $y = \frac{R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2}{R^2 + Z_L^2}$ theo Z_L ta có :

$$y' = \frac{2Z_{C_1}(Z_L^2 - Z_{C_1}Z_L - R^2)}{(R^2 + Z_L^2)^2} \quad (2)$$

* Cho y' = 0 khi $Z_L = Z_{L_0}$ ta có : $Z_{L_0}^2 - 2Z_{C_1}Z_{L_0} - R^2 = 0$ (3)

* (3) có nghiệm $Z_{L_0} = 56(\Omega)$ (loại $Z_{L_0} = -16(\Omega)$)

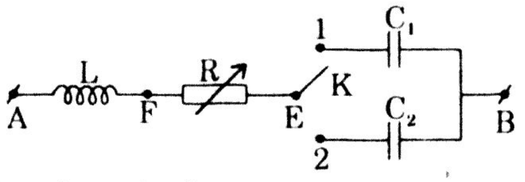
→ $L_0 = \frac{.56}{100\pi} \approx 0,18$

* Lập bảng xét dấu. Khi $Z_{L_0} = 45\Omega$ thì y_{min} nên U_{RL} max.

* Thay số vào (1) ta có : U_{RL} max ≈ 224(V).

Z_L		−16		45	
y'	+	0	−	0	+
y	↗		↘	CT	↗

88 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

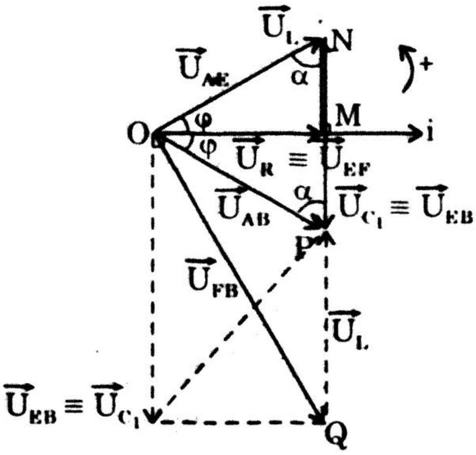

1
C₁
L
R
K
A
F
E
C₂
B
2

AB có $u = 100\sqrt{3}\sin 100\pi t$ (V)

1. Khi K ở 1; $L = L_1$; $R = R_1$ thì $U_{AE} = 50\sqrt{6}$ (V); $U_{EB} = 100\sqrt{2}$ (V). Tìm U_{FB} và $u_{AE}(t)$?

2. Khi K ở 2; $R = R_2 = 50\sqrt{2}$ (Ω). Điều chỉnh L cho đến khi $L_0 = \frac{3}{2\pi}$ (H) thì U_{AF} max. Tìm C_2 ?

Giải


$\vec{U}_L$
N
+
$\vec{U}_{AE}$
α
φ
M
O
i
φ
$\vec{U}_R \equiv \vec{U}_{EF}$
$\vec{U}_{AB}$
α
$\vec{U}_{C_1} \equiv \vec{U}_{EB}$
P
$\vec{U}_{FB}$
$\vec{U}_L$
$\vec{U}_{EB} \equiv \vec{U}_{C_1}$
Q

1. *K ≡ 1 :*

* Vẽ giản đồ vectơ, chú ý cuộn dây thuần cảm. Mạch gồm R, L, C₁ nối tiếp.

* $$U_{AB} = \frac{100\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 50\sqrt{6}\ (V) = U_{AE}$$

→ ΔONP cân

và $$\cos\alpha = \frac{U_L}{U_{AE}} = \frac{\frac{1}{2}U_{EB}}{U_{AE}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{100\sqrt{2}}{50\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

* $$U_{EF} = U_{AE}.\sin\alpha = 50\sqrt{6}.\sqrt{\frac{2}{3}} = 100(V) = U_R$$

* $$U_{FB} = \sqrt{U_{EB}^2 + U_{EF}^2} = \sqrt{(100\sqrt{2})^2 + 100^2} = 100\sqrt{3}\ (V)$$

* $$U_{0AE} = 50\sqrt{6}.\sqrt{2} = 100\sqrt{3}\ (V)$$

Từ giản đồ ta cũng có u_{AE} sớm pha hơn u_{AB} một góc 2φ.

Với $\sin\varphi = \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ → $\varphi \approx 0{,}62$ (rad); $2\varphi \approx 1{,}24$ (rad)

Vậy : $u_{AE} = 100\sqrt{3}\sin(100\pi t + 1{,}24)$ (V).

2. *K ≡ 2 :*

* Mạch gồm R₂, L, C₂ nối tiếp, R₂ và C₂ không đổi, L và Z_L biến thiên.

* $$U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R_2^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R_2^2 + (Z_L - Z_{C_2})}{Z_L^2}}} = \frac{const}{\sqrt{y}} \quad (1)$$

* $$y = \frac{R_2^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2}{Z_L^2} = \frac{R_2^2 + Z_{C_2}^2}{Z_L^2} - \frac{2Z_{C_2}}{Z_L} + 1 = ax^2 + bx + c \qquad (2)$$

trong đó $a = R_2^2 + Z_{C_2}^2 > 0$; $b = -2Z_{C_2}$; $c = 1$; $x = \frac{1}{Z_L}$

* (2) có đồ thị là 1 Parabol; a > 0 nên có một cực tiểu của y lúc

$$x_0 = -\frac{b'}{a} = -\frac{(-Z_{C_2})}{R_2^2 + Z_{C_2}^2} = \frac{1}{Z_{L_0}} \rightarrow \quad Z_{L_0} = \frac{R_2^2 + Z_{C_2}^2}{Z_{C_2}} \qquad (3)$$

* Với $L_0 = \frac{3}{2\pi}$(H) thì : $Z_{L_0} = \omega L_0 = 100\pi.\frac{3}{2\pi} = 150\Omega.$

Với $R_2 = 50\sqrt{2}$ (Ω) thì : $150 = \frac{(50\sqrt{2})^2 + Z_{C_2}^2}{Z_{C_2}}$

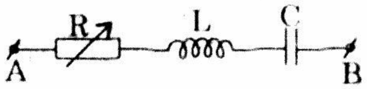
$$\rightarrow \quad Z_{C_2}^2 - 150Z_{C_2} + 5000 = 0 \qquad (4)$$

* (4) có nghiệm là $Z_{C_2} = \begin{cases} 100(\Omega) \\ 50(\Omega) \end{cases}$

* $Z_{C_2} = 100(\Omega) \quad \rightarrow \quad C_2 = \frac{1}{\omega Z_{C_2}} = \frac{1}{100\pi.100} = \frac{1}{\pi}.10^{-4}$(F)

* $Z_{C_2} = 50(\Omega) \quad \rightarrow \quad C_2 = \frac{1}{100\pi.50} = \frac{2}{\pi}.10^{-4}$(F).

89 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



AB có $u = 200\sin 100\pi t$ (V);

$C = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}$(F); $L = \frac{0,8}{\pi}$(H); R biến đổi từ 0 đến 200(Ω).

1. Tìm công thức tính R để công suất tiêu thụ toàn mạch P_{max}. Tìm P_{max}.

2. Tìm R để $P = \frac{3}{5}P_{max}$. Viết biểu thức i(t) ?

Giải

1.* $$P = I^2R = \frac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}} = \frac{const}{a + b} = \frac{const}{y} \qquad (1)$$

* $a = R$; $b = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}$; $y = a + b$; $Z_L - Z_C$ = const, theo bất đẳng thức Cauchy để y_{min} thì a = b (lúc đó P_{max}).

$$R_0 = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R_0} \quad \rightarrow \quad R_0 = |Z_L - Z_C|.$$

* $Z_L = \omega L = 100\pi.\frac{0,8}{\pi} = 80(\Omega)$; $\quad Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{2\pi}.10^{-4}} = 200(\Omega)$

Vậy : $R_0 = |Z_L - Z_C| = |80 - 200| = 120(\Omega)$

* $$P_{max} = \frac{U^2}{2R_0} = \left(\frac{200}{\sqrt{2}}\right)^2.\frac{1}{2.120} \approx 83,3(W).$$

2. * R thay đổi, $R_0^2 = (Z_L - Z_C)^2 = \text{const}$

* $$P = I^2R = \frac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2R}{R^2 + R_0^2} \qquad (2)$$

* Theo giả thiết : $P = \frac{U^2R}{R^2 + R_0^2} = \frac{3}{5}P_{max} = \frac{3}{5}.\frac{U^2}{2R_0}$

$$\rightarrow \quad 3R^2 - 10R_0R + 3R_0^2 = 0 \qquad (3)$$

* (3) có nghiệm : $R_1 = 3R_0 = 360(\Omega)$; $R_2 = \frac{R_0}{3} = 40(\Omega)$

* Khi $R_1 = 360\Omega$ thì :

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{R_1^2 + R_0^2} = \sqrt{360^2 + 120^2} = 120\sqrt{10}\,(\Omega)$$

$$I_{01} = \frac{U_0}{Z_1} = \frac{200}{120\sqrt{10}} \approx 0,53(A);$$

$$tg\varphi_1 = \frac{Z_L - Z_C}{R_1} = \frac{80 - 200}{360} = -\frac{1}{3} \quad \rightarrow \quad \varphi_1 \approx -0,32\ (rad);$$

u muộn pha hơn i_1 nên : $i_1 = 0,53\sin(100\pi t + 0,32)$ (A).

* Khi $R_2 = 40\Omega$ thì :

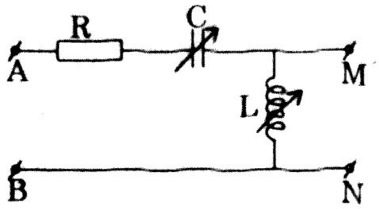
$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + R_0^2} = \sqrt{40^2 + 120^2} = 40\sqrt{10}\,(\Omega)$$

$$I_{02} = \frac{U_0}{Z_2} = \frac{200}{40\sqrt{10}} \approx 1,58(A);$$

$$tg\varphi_2 = \frac{Z_L - Z_C}{R_2} = \frac{80 - 200}{40} = -3 \quad \rightarrow \quad \varphi \approx -1,25\ (rad);$$

u muộn pha hơn i_2 nên : $i_2 = 1,58\sin(100\pi t + 1,25)$ (A).

90 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



AB có $u = U\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

1. Cho C, L xác định. Nếu mắc vào M, N một ampe kế nhiệt ($R_a = 0$) thì nó chỉ 1(A); mạch có hệ số công suất $\cos\varphi_1 = 0{,}8$. Bỏ ampe kế ra, mắc vào M, N một vôn kế nhiệt ($R_V = \infty$) thì vôn kế chỉ 200(V); mạch có hệ số công suất $\cos\varphi_2 = 0{,}6$. Tìm U, R, L, C ?

2. Thay đổi C đến C' xác định, sau đó đổi L thì ta thấy số chỉ của vôn kế thay đổi và khi L = L' thì vôn kế chỉ cực đại bằng 320V. Tìm L', C' khi đó.

Giải

1.* Do ampe kế cho $R_a = 0$ nên $U_{MN} = 0$, dòng không qua L ($M \equiv N$). Mạch chỉ còn R, C nối tiếp.

+ Tổng trở toàn mạch Z_1 :

$$\cos\varphi_1 = \frac{R}{Z_1} \quad \rightarrow \quad Z_1 = \frac{R}{\cos\varphi_1} = \frac{R}{0{,}8} = \frac{5}{4}R \tag{1}$$

$$+ \qquad Z_1^2 = R^2 + Z_C^2 = \left(\frac{5}{4}R\right)^2 \quad \rightarrow \quad Z_C = \frac{3}{4}R \tag{2}$$

+ Số chỉ của ampe kế : $I = \dfrac{U}{Z_1} = 1(A) \quad \rightarrow \quad U = Z_1 = \dfrac{5}{4}R$ (3)

* Khi thay ampe kế bằng vôn kế, mạch có R, C, L nối tiếp, vôn kế đo U_{MN}.

+ Ta lại có : $\cos\varphi_2 = \dfrac{R}{Z_2} \quad \rightarrow \quad Z_2 = \dfrac{R}{\cos\varphi_2} = \dfrac{R}{0{,}6} = \dfrac{5}{3}R$ (4)

$$+ \qquad Z_2^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = \left(\frac{5}{3}R\right)^2 = R^2 + \left(Z_L - \frac{3}{4}R\right)^2 .$$

$$\rightarrow \quad Z_L = \frac{3}{4}R \pm \frac{4}{3}R \tag{5}$$

Với $Z_L > 0$ nên ta chỉ chọn $Z_L = \dfrac{3}{4}R + \dfrac{4}{3}R = \dfrac{25}{12}R$ (6)

$$+ \qquad I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{\frac{5}{4}R}{\frac{5}{3}R} = \frac{3}{4}(A)$$

+ Xét đoạn mạch MN thì $Z_L = \dfrac{U_{MN}}{I_2} = \dfrac{200}{\frac{3}{4}} = \dfrac{800}{3}(\Omega)$ (7)

$$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{800}{3.100\pi} \approx 0{,}85(H).$$

* (6) → $R = \dfrac{12}{25}Z_L = \dfrac{12}{25}.\dfrac{800}{3} = 128(\Omega)$

* (3) → $U = \dfrac{5}{4}R = \dfrac{5}{4}.128 = 160(V)$

* (2) → $Z_C = \dfrac{3}{4}R = \dfrac{3}{4}.128 = 96(\Omega)$; $C = \dfrac{1}{\omega Z_C} = \dfrac{1}{100\pi.96} \approx 33.10^{-6}(F)$.

Đáp số : $U = 160(V)$; $R = 128(\Omega)$; $Z_L = \dfrac{800}{3}(\Omega)$; $L \approx 0{,}85(H)$;

$Z_C = 96(\Omega)$; $C \approx 33(\mu F)$.

2. * R và C' không đổi, L và Z_L là biến số; vôn kế chỉ U_{MN}

$$U_{MN} = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C'})^2}} = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + (Z_L - Z_{C'})^2}{Z_L^2}}} = \frac{\text{const}}{\sqrt{y}} \quad (1)$$

$$* \; y = \frac{R^2 + (Z_L - Z_{C'})^2}{Z_L^2} = \frac{R^2 + Z_{C'}^2}{Z_L^2} - \frac{2Z_{C'}}{Z_L} + 1 = ax^2 + bx + c \quad (2)$$

* (2) có đồ thị là một parabol; $a = R^2 + Z_{C'}^2 > 0$; $b = -2Z_{C'}$; $c = 1$; $x = \dfrac{1}{Z_L}$ sẽ có một cực tiểu của y khi :

$$x = x_0 = \frac{1}{Z_{L'}} = -\frac{b'}{a} = -\frac{(-Z_{C'})}{R^2 + Z_{C'}^2} \rightarrow \quad Z_{L'} = \frac{R^2 + Z_{C'}^2}{Z_{C'}} \quad (3)$$

* Lúc đó $Z_L = Z_{L'}$ thì y_{min} và $U_{MN\,max}$.

Thay (3) vào (2) rồi vào (1) ta có :

$$U_{MN\,max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_{C'}^2}}{R} = 320 = \frac{160\sqrt{128^2 + Z_{C'}^2}}{128} \quad (4)$$

* Giải (4) ta được : $Z_{C'} = 128\sqrt{3}\,(\Omega)$;

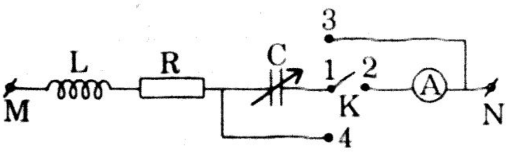
$$C' = \frac{1}{\omega Z_{C'}} = \frac{1}{100\pi.128\sqrt{3}} \approx 14{,}4.10^{-6}(F)$$

* Thay $Z_{C'}$ vào (3), tìm được :

$$Z_{L'} = \frac{128^2 + (128\sqrt{3})^2}{128\sqrt{3}} = \frac{512}{\sqrt{3}}(\Omega); \qquad L' = \frac{Z_{L'}}{\omega} = \frac{512}{\sqrt{3}.100\pi} \approx 0,94(H)$$

Đáp số : L' = 0,94(H); C' = 14,4(μF).

91 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



M, N có $u = 240\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

Cuộn dây thuần cảm, R = 120(Ω); $R_a = 0$.

a) Nối K vào chốt 2, biết ampe kế chỉ 1,6(A) khi chốt 3 và 4 hở; $C = \frac{1}{\pi}.10^{-4}$F. Tìm L ? Viết biểu thức i(t) ? Tìm hệ số công suất cosφ của mạch ?

b) Nối K với 3; nối chốt 2 và (4). Tìm công suất của mạch và viết biểu thức của i(t).

Giải

a)* $$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{\pi}.10^{-4}} = 100(\Omega).$$

* Mạch có R, L, C nối tiếp : $Z = \frac{U}{I} = \frac{240}{1,6} = 150(\Omega)$

* $$Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2$$

$$\rightarrow \quad Z_L = Z_C \pm \sqrt{Z^2 - R^2} = 100 \pm \sqrt{150^2 - 120^2} = 100 \pm 90$$

$$Z_L = \begin{cases} 190(\Omega) \\ 10(\Omega) \end{cases}$$

* Khi $Z_L = 190(\Omega)$ hay $Z_L = 10(\Omega)$ thì I_0 như nhau : $I_0 = I\sqrt{2} = 1,6\sqrt{2}$ (A).

* Khi $Z_{L_1} = 190\Omega$ thì :

$$\text{tg}\varphi_1 = \frac{Z_{L_1} - Z_C}{R} = \frac{190 - 100}{120} = 0,75 \quad \rightarrow \quad \varphi_1 \approx 0,64 \text{ (rad)}$$

u sớm pha hơn i_1 nên : $i_1 = 1,6\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0,64)$ (A)

$$\cos\varphi_1 = \frac{R}{Z} = \frac{120}{150} = 0,8$$

* Khi $Z_{L_2} = 10(\Omega)$ thì :

$$\text{tg}\varphi_2 = \frac{Z_{L_2} - Z_C}{R} = \frac{10 - 100}{120} = -0{,}75 \quad \rightarrow \quad \varphi_2 \approx -0{,}64 \text{ (rad)}$$

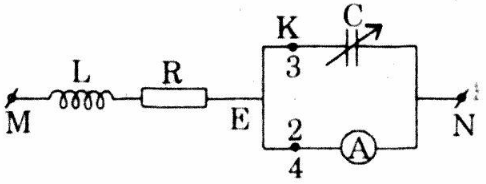
u muộn pha hơn i_2 nên : $i_2 = 1{,}6\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}64)$ (A)

$$\cos\varphi_2 = \frac{R}{Z} = \frac{120}{150} = 0{,}8 = \cos\varphi_1$$

b) Vì $R_a = 0$ nên $U_{EN} = 0$, dòng không qua C, mạch chỉ còn L, R nối tiếp.

* Ampe kế chỉ I toàn mạch và $I_0 = \dfrac{U_0}{Z}$;

* $Z_1 = \sqrt{R^2 + Z_{L_1}^2} = \sqrt{120^2 + 190^2} \approx 225(\Omega)$;



$$I_{01} = \frac{U_o}{Z_1} = \frac{240\sqrt{2}}{225} \approx 1{,}1\sqrt{2} \text{ (A)}$$

$$\text{tg}\varphi_1 = \frac{Z_{L_1}}{R} = \frac{190}{120} = 1{,}5833... \quad \rightarrow \quad \varphi_1 \approx 1{,}01 \text{ (rad)}$$

u sớm pha hơn i_1 → $i_1 = 1{,}1\sqrt{2}\sin(100\pi t - 1{,}01)$ (A)

$$P_1 = I_1^2 R = \left(\frac{1{,}1\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)^2 .120 \approx 145\text{(W)}$$

* $Z_2 = \sqrt{R^2 + Z_2^2} = \sqrt{120^2 + 10^2} \approx 120{,}4(\Omega)$;

$$I_{02} = \frac{U_o}{Z_2} = \frac{240\sqrt{2}}{120{,}4} \approx 1{,}99\sqrt{2} \text{ (A)}$$

$$\text{tg}\varphi_2 = \frac{Z_{L_2}}{R} = \frac{10}{120} \approx 0{,}083 \quad \rightarrow \quad \varphi_2 \approx 0{,}083 \text{ (rad)};$$

u sớm pha hơn i_2 → $i_2 = 1{,}99\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}083)$ (A)

$$P_2 = I_2^2 R = \left(\frac{1{,}99\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)^2 .120 \approx 475\text{(W)}.$$

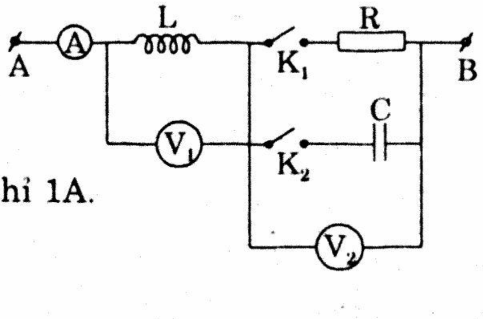
92 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

AB có $u = 10\sqrt{26}\sin(\omega t)$ (V)

1. Khi K_1 đóng, K_2 mở, vôn kế V_1 chỉ 20(V); vôn kế V_2 chỉ $10\sqrt{3} = 17{,}3$(V); ampe kế A chỉ 1A.

a) Chứng tỏ rằng cuộn dây có $R_0 \neq 0$.

b) Tìm R, R_0, Z_L.



2. Khi K_2 đóng, K_1 mở; vôn kế V_2 chỉ $10\sqrt{3} \approx 36(V)$.

a) Tìm số chỉ của vôn kế V_1 và của ampe kế A.

b) Tìm Z_C.

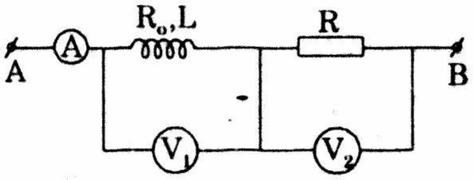
3. Ta thấy rằng khi $\omega_0 = 200\pi$ (rad/s) thì dòng điện của câu 1 và 2 cùng pha với nhau.

a) Tìm L, C, ω ở câu 1 và 2.

b) Viết biểu thức i(t) cho mỗi trường hợp ở câu 3.

Giải

1. *K_1 đóng, K_2 mở* : mạch như hình 1.



(h.1)

a) Nếu cuộn dây có $R_0 = 0$ thì :

$$U'_{AB} = \sqrt{U_L^2 + U_R^2} = \sqrt{20^2 + (10\sqrt{3})^2} = 10\sqrt{7}\ (V)$$

Ở đây giả thiết cho $U_{AB} = \dfrac{10\sqrt{26}}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{13}\ (V) \neq U'_{AB}$.

Vậy $R_0 \neq 0$.

b) * Vôn kế V_2 chỉ $U_R = IR \quad \rightarrow \quad R = \dfrac{U_R}{I} = \dfrac{10\sqrt{3}}{1} = 10\sqrt{3}\ (\Omega) \approx 17(\Omega)$

* Vôn kế V_1 chỉ $U_{cd} = IZ_{cd} \quad \rightarrow \quad Z_{cd} = \dfrac{U_{cd}}{I} = \dfrac{20}{1} = 20(\Omega)$

$$\rightarrow \quad Z_{cd}^2 = 400 = R_0^2 + Z_L^2 \qquad (1)$$

* $U_{AB} = IZ_{AB} \quad \rightarrow \quad Z_{AB} = \dfrac{U_{AB}}{I} = \dfrac{10\sqrt{26}}{\sqrt{2}.1} = 10\sqrt{13}\ (\Omega)$

$$\rightarrow \quad Z_{AB}^2 = (10\sqrt{13})^2 = (R + R_0)^2 + Z_L^2 \qquad (2)$$

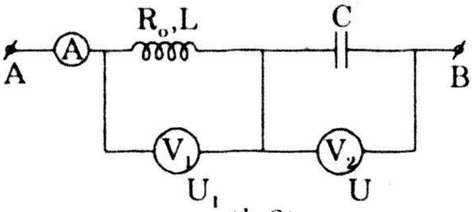
* Giải (1) và (2) ta có :

$$R_0 = \frac{Z_{AB}^2 - Z_{cd}^2 - R^2}{2R} = \frac{(10\sqrt{13})^2 - (20)^2 - (10\sqrt{3})^2}{2.10\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}\ (\Omega) = 17(\Omega)$$

* (1) → $Z_L = \sqrt{Z_{cd}^2 - R_0^2} = \sqrt{20^2 - (10\sqrt{3})^2} = 10(\Omega)$

Đáp số : $R = 10\sqrt{3}\,(\Omega)$; $R_0 = 10\sqrt{3}\,(\Omega)$; $Z_L = 10(\Omega)$.

2. *K_2 đóng, K_1 mở* : Mạch như hình 2.

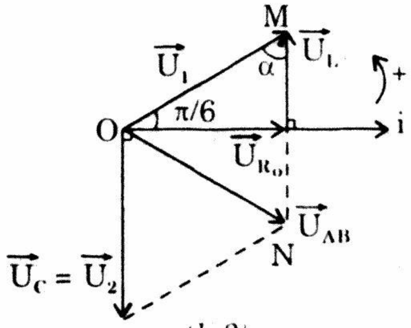


(h.2)

a) * Gọi φ_1 là góc lệch pha giữa u_1 và i.

$$tg\varphi_1 = \frac{Z_L}{R_0} = \frac{10}{10\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{6}$$

u_2 muộn pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$ (h.2)



(h.2)

* ΔOMN có : $U_{AB}^2 = U_1^2 + U_2^2 - 2U_1U_2\cos\alpha;\ \alpha = \frac{\pi}{3}$

$$(10\sqrt{13})^2 = U_1^2 + (10\sqrt{13})^2 - 2U_1.10\sqrt{13}.\cos\frac{\pi}{3}$$

$$\rightarrow U_1 = 10\sqrt{13}\,(V).$$

Vôn kế V_1 chỉ $10\sqrt{13}\,(V) = 36(V)$.

* $Z_{cd} = \sqrt{R_0^2 + Z_L^2} = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + 10^2} = 20(\Omega)$

→ $I = \frac{U_1}{Z_{cd}} = \frac{36}{20} = 1{,}8(A)$ → Ampe kế chỉ 1,8(A).

b) $Z_C = \frac{U_2}{I} = \frac{36}{1{,}8} = 20\Omega$

Đáp số : (V_1) chỉ 36(V); (A) chỉ 1,8(A); $Z_C = 20(\Omega)$

3. *Khi $\omega_0 = 200\pi$ (rad/s) thì i_1 và i_2 cùng pha*

a) * i_1 và i_2 cùng pha → $tg\varphi_1 = \frac{Z_L}{R + R_0} = tg\varphi_2 = \frac{Z_L - Z_C}{R_0}$

$$\rightarrow (Z_L - Z_C)R = Z_CR_0$$

* Với $R = R_0$ → $Z_L - Z_C = Z_C$ → $Z_L = 2Z_C$

$$\text{hay } LC = \frac{2}{\omega_0^2} = \frac{2}{(200\pi)^2} \approx 5.10^{-6} \quad (1)$$

* Ở câu 1, 2 thì $\left.\begin{aligned} Z_L &= \omega L = 10(\Omega) \\ Z_C &= \frac{1}{\omega C} = 20(\Omega) \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{L}{C} = 200$ (2)

* Giải (1) và (2), ta được :

$$L^2 = \frac{1}{1000} \quad \rightarrow \quad L = \frac{1}{10\sqrt{10}} = \frac{1}{10\sqrt{\pi^2}} = \frac{1}{10\pi}(H)$$

* $Z_L = \omega L \quad \rightarrow \quad \omega = \frac{Z_L}{L} = \frac{10}{\frac{1}{10\pi}} = 100\pi\ (rad/s).$

* Đưa L vào (2) $\rightarrow \quad C = \frac{L}{200} = \frac{1}{10\pi.200} = \frac{1}{2\pi}.10^{-3}(F)$

b) * Với $\omega_0 = 200\pi\ (rad/s)$; $Z_L = \omega_0 L = 200\pi.\frac{1}{10\pi} = 20(\Omega)$;

$$Z_C = \frac{Z_L}{2} = 10(\Omega)$$

* Lúc này $tg\varphi_1 = tg\varphi_2 = \frac{Z_L - Z_C}{R_0} = \frac{20-10}{10\sqrt{3}} = tg\varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\rightarrow \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{6};$$

u sớm pha hơn các i → i muộn pha hơn u.

* Ở (h.1); $\omega_0 = 200\pi\ (rad/s)$;

$$Z_1 = \sqrt{(R_0 + R)^2 + Z_L^2} = \sqrt{(10\sqrt{3} + 10\sqrt{3})^2 + 20^2} = 40(\Omega)$$

$$I_0 = \frac{U_0}{Z_1} = \frac{10\sqrt{26}}{40} \approx 1,27(A)$$

$$i_1 = 1,27\sin\left(200\pi t - \frac{\pi}{6}\right)(A)$$

* Ở (h.2); $\omega_0 = 200\pi\ (rad/s)$;

$$Z_2 = \sqrt{R_0^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + (20-10)^2} = 20(\Omega)$$

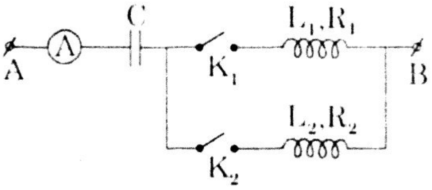
$$I_0 = \frac{U_0}{Z_2} = \frac{10\sqrt{26}}{20} \approx 2,55(A)$$

$$i_2 = 2,55\sin\left(200\pi t - \frac{\pi}{6}\right)(A).$$

93 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ. AB có $u = 200\sqrt{6}\sin 100\pi t$ (V)

$R_1 = 100\sqrt{3}\,(\Omega)$; $R_2 = \dfrac{100}{\sqrt{3}}\,(\Omega)$; $C = \dfrac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F)

Khi K_1 đóng, K_2 mở và khi K_1 mở, K_2 đóng dòng điện trong hai trường hợp lệch pha nhau $\dfrac{\pi}{2}$ và tỷ lệ độ chỉ của ampe kế trong hai trường hợp này là $\dfrac{1}{3}$.



1. Tìm L_1, L_2 ?

2. Viết $i_1(t)$; $i_2(t)$ trong hai trường hợp.

Giải

1. *Tìm L_1, L_2 :*

* K_1 đóng, K_2 mở : Mạch có C, L_1, R_1 nối tiếp, dòng I_1, tổng trở Z_1, độ lệch pha u và i_1 là φ_1.

* K_1 mở, K_2 đóng : Mạch có C, L_2, R_2 nối tiếp, dòng I_2, tổng trở Z_2, độ lệch pha u và i_2 là φ_2.

* Ta có :
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U}{Z_1.\dfrac{U}{Z_2}} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{\sqrt{R_2^2 + (Z_{L_2} - Z_C)^2}}{\sqrt{R_1^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2}} = \frac{1}{3} \qquad (1)$$

* (1) suy ra $R_1^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2 = 9R_2^2 + 9(Z_{L_2} - Z_C)^2$ (2)

*
$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\dfrac{1}{\pi}.10^{-4}} = 100(\Omega);$$

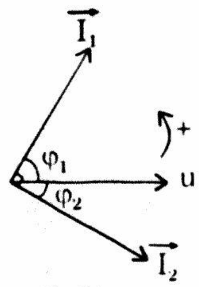
$$R_1 = 100\sqrt{3}\,(\Omega); \qquad R_2 = \frac{100}{\sqrt{3}}\,(\Omega).$$

Thay chúng vào (2) và biến đổi ta có :

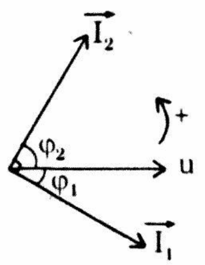
$$9(Z_{L_2} - 100)^2 = (Z_{L_1} - 100)^2 \rightarrow Z_{L_1} - 100 = \pm 3(Z_{L_2} - 100) \qquad (3)$$

* Mặt khác i_1 và i_2 vuông pha nhau nên xảy ra một trong 2 trường hợp ở (h.1) và (h.2). Trường hợp nào cũng có φ_1 và φ_2 trái dấu và :

$$\text{tg}|\varphi_1| = \text{cotg}|\varphi_2| = \frac{1}{\text{tg}|\varphi_2|} \rightarrow \text{tg}|\varphi_1|.\text{tg}|\varphi_2| = 1$$



(h.1)



(h.2)

Vậy : $\operatorname{tg}\varphi_1.\operatorname{tg}\varphi_2 = -1 = \dfrac{Z_{L_1} - Z_C}{R_1} \times \dfrac{Z_{L_2} - Z_C}{R_2}$

$$\rightarrow \quad (Z_{L_1} - Z_C)(Z_{L_2} - Z_C) = -R_1R_2$$

Thay số ta có : $(Z_{L_1} - 100)(Z_{L_2} - 100) = -100\sqrt{3}.\dfrac{100}{\sqrt{3}} = -10000$ (4)

* Giải (3) và (4) ta có : $\pm 3(Z_{L_2} - 100)^2 = -10000 \quad \rightarrow \quad Z_{L_2} = 100 \pm \dfrac{100}{\sqrt{3}}$

có 2 nghiệm $Z_{L_2} = 100\left(1 + \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)(\Omega)$ và $Z_{L_2} = 100\left(1 - \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)(\Omega)$ (5)

* Với $Z_{L_2} = 100\left(1 + \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)(\Omega)$ thì theo (4) ta có : $Z_{L_1} = 100(1 - \sqrt{3}) < 0$ (loại)

* Với $Z_{L_2} = 100\left(1 - \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)(\Omega)$ thì : $L_2 = \dfrac{Z_{L_2}}{\omega} = \dfrac{100\left(1 - \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)}{100\pi} \approx 0{,}134$ (H)

Khi đó theo (4) ta có : $\left(Z_{L_1} - 100\right)\left(100 - \dfrac{100}{\sqrt{3}} - 100\right) = -(100)^2$

$$\rightarrow \quad Z_{L_1} = 100(1 + \sqrt{3})(\Omega) \quad \text{và} \quad L_1 = \frac{Z_{L_1}}{\omega} = \frac{100(1 + \sqrt{3})}{100\pi} \approx 0{,}87(H)$$

Đáp số : $Z_{L_1} = 100(1 + \sqrt{3})(\Omega)$, $L_1 \approx 0{,}87(H)$;

$Z_{L_2} = 100\left(1 - \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)(\Omega)$, $L_2 \approx 0{,}134(H)$

2.* *Trường hợp 1* :

$$+ \quad Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2} = \sqrt{(100\sqrt{3})^2 + (100 + 100\sqrt{3} - 100)^2} = 100\sqrt{6}\,(\Omega)$$

$$+\ I_{01} = \frac{U_0}{Z_1} = \frac{200\sqrt{6}}{100\sqrt{6}} = 2(A);$$

$$tg\varphi_1 = \frac{Z_{L_1} - Z_C}{R_1} = \frac{100 + 100\sqrt{3} - 100}{100\sqrt{3}} = 1 \quad \rightarrow \quad \varphi_1 = +\frac{\pi}{4}$$

u sớm pha hơn i_1 nên i_1 muộn pha hơn u : $i_1 = 2\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)(A)$.

* *Trường hợp 2 :*

$$+\ Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (Z_{L_2} - Z_C)^2} = \sqrt{\left(\frac{100}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(100 - \frac{100}{\sqrt{3}} - 100\right)^2} = \frac{100}{3}\sqrt{6}\,(\Omega)$$

$$+\ I_{02} = \frac{U_0}{Z_2} = \frac{200\sqrt{6}}{\frac{100}{3}\sqrt{6}} = 6(A);$$

$$tg\varphi_2 = \frac{Z_{L_2} - Z_C}{R_2} = \frac{100 - \frac{100}{\sqrt{3}} - 100}{\frac{100}{\sqrt{3}}} = -1 \quad \rightarrow \quad \varphi_2 = -\frac{\pi}{4}$$

u muộn pha hơn i_2 nên i_2 sớm pha hơn u : $i_2 = 6\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(A)$.

94 Cho hai đoạn mạch nối tiếp nhau có hiệu điện thế lần lượt là :

$$u_{AB} = U_{10}\sin\omega t; \quad u_{BC} = U_{20}\sin(\omega t + \varphi_0)$$

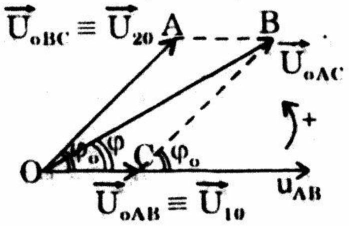
Với $U_{10} = 60(V)$; $U_{20} = 100(V)$; $\varphi_0 = 30^o$.

Tìm biên độ và độ lệch pha (so với u_{AB}) của u_{AC} ?

Giải

+ Vẽ giản đồ vectơ, chọn trục chuẩn là u_{AB}.

+ Từ giản đồ, ΔOBC có :



$\vec{U}_{oBC} \equiv \vec{U}_{20}$
A
B
$\vec{U}_{oAC}$
+
O
φ_o
φ
C
φ_o
u_{AB}
$\vec{U}_{oAB} \equiv \vec{U}_{10}$

$$U_{0AC} = \sqrt{U_{10}^2 + U_{20}^2 - 2U_{10}U_{20}\cos(180^o - \varphi_0)}$$

$$= \sqrt{U_{10}^2 + U_{20}^2 + 2U_{10}U_{20}\cos\varphi_0}$$

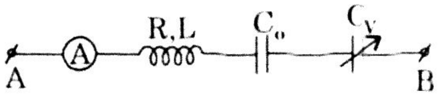
$$= \sqrt{60^2 + 100^2 + 2.60.100.\cos 30^o} \approx 155(V)$$

+ $\text{tg}\varphi = \dfrac{U_{10}\sin 0^\circ + U_{20}\sin\varphi_0}{U_{10}\cos 0^\circ + U_{20}\cos\varphi_0} = \dfrac{0 + 100\sin 30^\circ}{60.1 + 100\cos 30^\circ} \approx 0{,}3413$

$\rightarrow \quad \varphi \approx 18{,}84^\circ = 18^\circ 50' \approx 0{,}33$ (rad)

+ Vậy : $u_{AC} = U_{0AC}\sin(\omega t + \varphi) = 155\sin(\omega t + 0{,}33)$ (V).

95 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



AB có $u = 141{,}4\sin 100\pi t$ (V).

$C_0 = 12(\mu F)$; C_V thay đổi được; ampe kế nhiệt có $R_A = 0$; cuộn dây có R, L.

Khi thay đổi C_V ta thấy có 2 giá trị của nó là $6(\mu F)$ và $12(\mu F)$, ampe kế đều chỉ 0,6(A).

1. Tìm R, L ?

2. Viết biểu thức $i_1(t)$; $i_2(t)$ ứng với 2 giá trị của C_V nói trên.

3. Tìm C_V sao cho i(t) trễ pha $\dfrac{\pi}{6}$ so với u(t). Tìm số chỉ của ampe kế khi đó ?

Giải

1. * Thay C_0 và C_V nối tiếp bằng điện dung tương đương C.

$$C = \frac{C_V C_0}{C_V + C_0}$$

* Với $C_V = 6(\mu F)$ thì : $C_1 = \dfrac{6.12}{6 + 12} = 4(\mu F)$;

$$Z_{C_1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{100\pi.4.10^{-6}} \approx 795(\Omega)$$

* Với $C_V = 12(\mu F)$ thì : $C_2 = \dfrac{12.12}{12 + 12} = 6(\mu F)$;

$$Z_{C_2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{100\pi.6.10^{-6}} \approx 530(\Omega)$$

* Cả 2 trường hợp I = 0,6(A) như nhau nên :

$$Z_1 = Z_2 = \frac{U}{I} = \frac{141{,}4}{\sqrt{2}.0{,}6} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}.0{,}6} = \frac{500}{3}\ (\Omega).$$

và $\quad R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2 = R^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2 \quad \rightarrow \quad Z_L = Z_{C_1} \pm (Z_L - Z_{C_2})$

* Do $C_1 \neq C_2$ nên ta chọn : $Z_L = Z_{C_1} - (Z_L - Z_{C_2})$

$$\rightarrow \quad Z_L = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2} = \frac{795 + 530}{2} = 662{,}5(\Omega)$$

$$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{662,5}{100\pi} \approx 2,11(H)$$

$$R = \sqrt{Z_1^2 - (Z_L - Z_{C_1})^2} = \sqrt{\left(\frac{500}{3}\right)^2 - (662,5 - 795)^2} \approx 101(\Omega)$$

$I_o = I\sqrt{2} = 0,6\sqrt{2}\,(A)$ như nhau trong cả 2 trường hợp.

+ Khi $C_1 = 6(\mu F)$ thì :

$$tg\varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C_1}}{R} = \frac{662,5 - 795}{101} \approx -1,3119 \rightarrow \quad \varphi_1 \approx -0,92\ (rad);$$

u muộn pha hơn i_1 nên : $i_1 = 0,6\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0,92)\ (A)$

+ Khi $C_2 = 12(\mu F)$ thì :

$$tg\varphi_2 = \frac{Z_L - Z_{C_2}}{R} = \frac{662,5 - 530}{101} = +1,3119 \rightarrow \quad \varphi_2 \approx +0,92\ (rad);$$

u sớm pha hơn i_2 nên : $i_2 = 0,6\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0,92)\ (A)$.

3. Vì i trễ pha $\frac{\pi}{6}$ so với u nên u sớm pha hơn i và $\varphi = +\frac{\pi}{6}$

$$tg\left(+\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{Z_L - Z_{C_3}}{R}$$

$$\rightarrow \quad Z_{C_3} = Z_L - \frac{R}{\sqrt{3}} = 662,5 - \frac{101}{\sqrt{3}} \approx 604(\Omega)$$

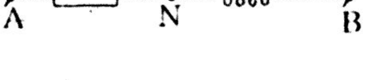
$$C_3 = \frac{1}{\omega Z_{C_3}} = \frac{1}{100\pi.604} \approx 5,26.10^{-6}(F) = 5,26(\mu F)$$

$$C_3 = \frac{C_0 C_V}{C_0 + C_V} \rightarrow \quad C_V = \frac{C_0 C_3}{C_0 - C_3} = \frac{12.5,26}{12 - 5,26} \approx 9,36(\mu F)$$

$$Z_3 = \frac{R}{\cos\frac{\pi}{6}} = \frac{101}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 117(\Omega);$$

$$I = \frac{U}{Z_3} = \frac{141,4}{\sqrt{2}.117} \approx 0,85(A) \rightarrow \quad \text{ampe kế chỉ } 0,85(A).$$

96 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$U_{AB} = U = 200(V)$; $U_{AN} = U_R = 70(V)$;

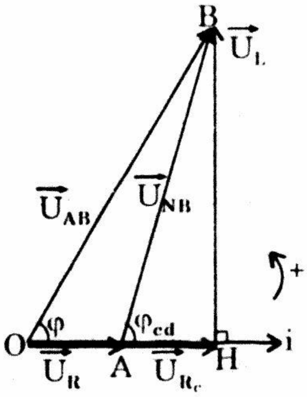
$U_{NB} = U_{cd} = 150(V)$

1. Tìm hệ số công suất toàn mạch AB, đoạn mạch NB.

2. Tìm R, R_0, Z_L, L (với $\omega = 100\pi$ rad/s).

- **a)** Biết công suất tiêu thụ của R là $P_1 = 70(W)$.
- **b)** Biết công suất tiêu thụ của cuộn dây là $P_2 = 90(W)$.

Giải


B
$\overrightarrow{U_L}$
$\overrightarrow{U_{AB}}$
$\overrightarrow{U_{NB}}$
+
O
φ
φ_{cd}
i
$\overrightarrow{U_R}$
A
$\overrightarrow{U_{R_c}}$
H

1.* Vẽ giản đồ vectơ theo giả thiết.

* Từ giản đồ ΔOAB suy ra :

$$U_{NB}^2 = U_R^2 + U_{AB}^2 - 2U_R U_{AB}\cos\varphi$$

$$\rightarrow \quad \cos\varphi = \frac{U_R^2 + U_{AB}^2 - U_{NB}^2}{2U_R U_{AB}} \qquad (1)$$

Thay số vào (1) : $\cos\varphi = \dfrac{70^2 + 200^2 - 150^2}{2.70.200} = 0{,}8.$

* ΔOAB : $U_{AB}^2 = U_{NB}^2 + U_R^2 - 2U_{NB}U_R\cos(180^\circ - \varphi_{cd})$

$$= U_{NB}^2 + U_R^2 + 2U_{NB}U_R\cos\varphi_{cd}$$

$$\rightarrow \quad \cos\varphi_{cd} = \frac{U_{AB}^2 - U_{NB}^2 - U_R^2}{2U_{NB}U_R} = \frac{200^2 - 150^2 - 70^2}{2.150.70} = 0{,}6.$$

2.a) *Với $P_1 = 70(W)$* thì :

$$I_1 = \frac{P_1}{U_R} = \frac{70}{70} = 1(A); \qquad R = \frac{U_R}{I_1} = \frac{70}{1} = 70(\Omega)$$

* $U_L = U_{NB}\sin\varphi_{cd} = 150\sqrt{1 - \cos^2\varphi_{cd}} = 150\sqrt{1 - (0{,}6)^2} = 120(V)$

* $Z_L = \dfrac{U_L}{I_1} = \dfrac{120}{1} = 120(\Omega); \qquad L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{120}{100\pi} = \dfrac{1{,}2}{\pi}(H) \approx 0{,}38(H)$

* $U_{R_C} = U_{NB}\cos\varphi_{cd} = 150.0{,}6 = 90(V); \qquad R_0 = \dfrac{U_{R_C}}{I_1} = \dfrac{90}{1} = 90(\Omega)$

Đáp số : $R = 70(\Omega)$; $R_0 = 90(\Omega)$; $Z_L = 120(\Omega)$; $L = 0{,}38(H)$

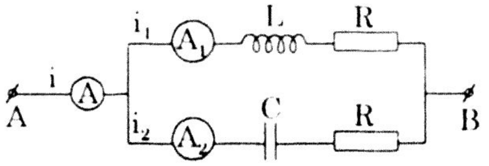
b) *Với $P_2 = 90(W)$:*

* Vẫn có $U_{R_C} = U_{NB}\cos\varphi_{cd} = 150.0{,}6 = 90(V)$

* $P_2 = I_2^2R_0 = I_2R_0.I_2 = U_{R_C}.I_2 \quad \rightarrow \quad I_2 = \dfrac{P_2}{U_{R_C}} = \dfrac{90}{90} = 1A$ (như a)

nên vẫn có $R = 70(\Omega)$, $Z_L = 120(\Omega)$; $L = 0{,}38(H)$.

97 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



Biết các ampe kế có $R_a = 0$,

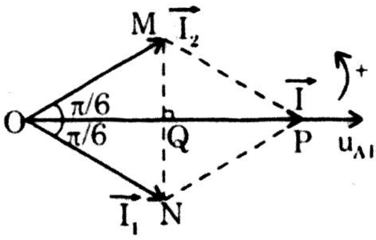
AB có $u = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

Các ampe kế A_1 và A_2 có độ chỉ như nhau, ampe kế A chỉ $\sqrt{3}$(A), i_1 và i_2 lệch pha nhau $\frac{\pi}{3}$ (rad). Tìm R, L, C ?

Giải

* Nhánh trên có R, L nối tiếp, có tính cảm kháng (u sớm pha hơn i_1). Nhánh dưới có R, L nối tiếp, có tính dung kháng (u muộn pha hơn i_2).

* Vẽ giản đồ vectơ, chú ý $I_1 = I_2$ và i_1 lệch pha so với i_2 một góc $\frac{\pi}{3} = 60^\circ$.



* $I_1 = I_2$; U chung $\rightarrow Z_1 = Z_2$

$\rightarrow R^2 + Z_L^2 = R^2 + Z_C^2$

$\rightarrow Z_L = Z_C$ (1)

$+\ \text{tg}\varphi_1 = \frac{Z_L}{R}$; $\text{tg}\varphi_2 = -\frac{Z_C}{R}$ → theo (1) ta có :

$\text{tg}\varphi_1 = -\text{tg}\varphi_2 \rightarrow \varphi_1 = -\varphi_2$

$|\varphi_1| + |\varphi_2| = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |\varphi_1| = |\varphi_2| = \frac{\pi}{6}$.

Vậy OMPN là hình thoi; u và i cùng pha.

$$+\ I = 2I_2.\cos\frac{\pi}{6} = I_2\sqrt{3} = \frac{U\sqrt{3}}{Z_2} = \frac{U\sqrt{3}}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} \quad (2)$$

$$+\ \text{tg}\left(+\frac{\pi}{6}\right) = \frac{Z_L}{R} = \frac{Z_C}{R} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow Z_L = Z_C = \frac{R}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

+ Thay (3) vào (2) rồi thay số :

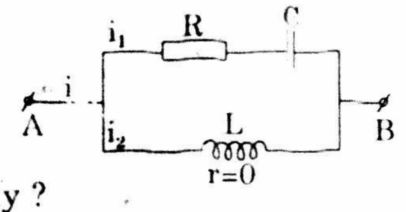
$$I = \frac{U\sqrt{3}}{\sqrt{R^2 + \frac{R^2}{3}}} = \frac{3U}{2R} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{3.200}{2R} \Rightarrow 100\sqrt{3} = R$$

* $Z_L = \frac{R}{\sqrt{3}} = 100(\Omega) \rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{100}{100\pi} = \frac{1}{\pi}(\text{H}) \approx 0{,}318(\text{H})$

* $Z_C = \dfrac{R}{\sqrt{3}} = 100(\Omega) \rightarrow \quad C = \dfrac{1}{\omega Z_C} = \dfrac{1}{100\pi.100} = \dfrac{1}{\pi}.10^{-4}(F) \approx 31.8.10^{-6}(F)$

Đáp số : $R = 100\sqrt{3}\,(\Omega)$, $L \approx 0{,}318(H)$; $C \approx 31{,}8(\mu F)$.

98 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



i_1
R
C
i
A
i_2
L
r=0
B

Tần số góc của dòng xoay chiều là ω.

1. Tìm điều kiện để dòng ở mạch chính không phụ thuộc R. Tìm cường độ dòng điện ấy ?

2. Tìm điều kiện để cường độ hiệu dụng qua mạch chính có giá trị cực tiểu.

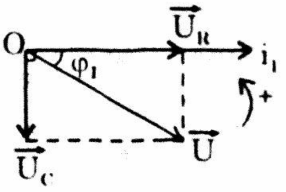
Từ kết quả này suy ra rằng khi R = 0 thì cường độ hiệu dụng cực tiểu ở mạch chính bằng 0.

Giải

1. * Dòng i_1 có $\begin{cases} I_1 = \dfrac{U}{Z_1}; Z_1 = \sqrt{R^2 + Z_C^2} \\ \text{mạch có tính dung kháng ; u sớm pha hơn } i_1 \text{ một góc } \varphi_1 \text{ ở (h.1)} \end{cases}$

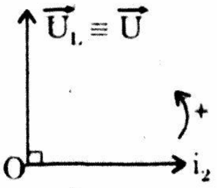
* $tg\varphi_1 = \dfrac{Z_C}{R}$; $\sin|\varphi_1| = \dfrac{U_C}{U} = \dfrac{Z_C}{Z_1}$

* Dòng i_2 có $\begin{cases} I_2 = \dfrac{U}{Z_2}; Z_2 = Z_L \\ \text{mạch có tính cảm kháng ; u muộn pha hơn } i_2 \text{ một góc } \varphi_2 = \dfrac{\pi}{2} \text{ (h.2} \end{cases}$



O
$\overrightarrow{U_R}$
i_1
φ_1
+
$\overrightarrow{U_C}$
$\overrightarrow{U}$

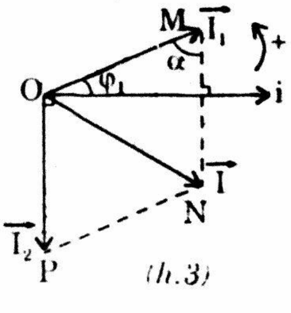
(h.1)



$\overrightarrow{U_L} \equiv \overrightarrow{U}$
+
O
i_2

(h.2)

* Ghép 2 giản đồ (h.1) và (h.2) với nhau ta có (h.3).



M
$\overrightarrow{I_1}$
+
α
O
φ_1
i
$\overrightarrow{I}$
N
$\overrightarrow{I_2}$
P

(h.3)

* Chú ý $\cos\alpha = \sin\varphi_1 = \dfrac{Z_C}{Z_1}$; từ ΔONM ta có :

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 - 2I_1I_2\cos\alpha = I_1^2 + I_2^2 - 2I_1I_2\sin\varphi_1 .$$

$$\Rightarrow \quad I^2 = \frac{U^2}{Z_1^2} + \frac{U^2}{Z_2^2} - \frac{2U^2}{Z_1Z_2}\cdot\frac{Z_C}{Z_1} = U^2\left[\frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z_L^2} - \frac{2Z_C}{Z_1^2Z_L}\right]$$

$$I^2 = U^2\left[\frac{Z_L - 2Z_C}{(R^2 + Z_C^2)Z_L} + \frac{1}{Z_L^2}\right] \qquad (1)$$

* Theo (1) để cho I không phụ thuộc R thì :

$$\frac{Z_L - 2Z_C}{(R^2 + Z_C^2)Z_L} = 0 \quad \rightarrow \quad Z_L = 2Z_C \qquad (2)$$

2.* Theo (1) với U = const.

Muốn I cực tiểu thì $y = \dfrac{Z_L - 2Z_C}{(R^2 + Z_C^2)Z_L} + \dfrac{1}{Z_L^2}$ cực tiểu.

* Khi có đại lượng R hoặc Z_C hoặc Z_L biến thiên thì ta xét cực trị như đã làm ở các bài khác.

* Khi R = 0 thì $Z_1 = Z_C$; $Z_2 = Z_L$; i_1 và i_2 ngược pha

Vậy : $I_{min} = 0$ (Lúc $Z_L = Z_C$).

PHẦN II

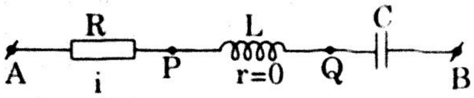
BÀI TẬP TỰ RÈN LUYỆN

99 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

$R = 100\ (\Omega)$; $L = \dfrac{2}{\pi}(H)$; $C = \dfrac{1}{\pi}.10^{-4}\,(F)$; $i = \sqrt{2}\sin 100\pi t\ (A)$

a) Viết $u_{AB}(t)$?

b) Viết $u_{PQ}(t)$? $u_{AC}(t)$?



Đáp số : $u_{AB} = 200\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$ (V);

$u_{AC} \approx 316\sin(100\pi t + 1{,}11)$ (V);

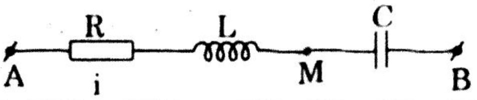
$u_{PQ} = 200\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ (V).

100 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

$u_{AB} = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V); $R = 100\ (\Omega)$; $L = \dfrac{1}{\pi}(H)$; $C = \dfrac{1}{2\pi}.10^{-4}\,(F)$

a) Viết i(t) ? Tìm công suất của mạch ?

b) Viết $u_{AM}(t)$?



Đáp số : $i = \sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$ (A);

$P = 50$ (W)

$u_{AM} = 100\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ (V).

101 Đoạn mạch xoay chiều gồm điện trở thuần $R = 70\ (\Omega)$; một cuộn dây có $R' = 90\Omega$ và $L = \dfrac{1{,}2}{\pi}(H)$ mắc nối tiếp. Hai đầu toàn mạch có :

$u = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V) (cho $tg(0{,}644) = \dfrac{3}{4}$; $tg(0{,}927) = \dfrac{4}{3}$)

a) Viết biểu thức i(t) qua mạch ?

b) Viết biểu thức $u_{cd}(t)$ của cuộn dây ?

Đáp số : $i = \sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}644)$ (A)

$u_{cd} = 212\sin(100\pi t + 0{,}28)$ (V).

102 Cho mạch R, L, C nối tiếp, toàn mạch có $u = 120\sin 100\pi t$ (V)

$R = 100(\Omega)$; $L = \frac{2}{\pi}$(H). Tụ điện có C thay đổi được. Tìm C để :

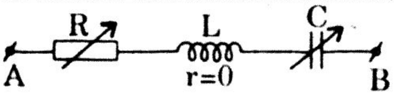
1. i sớm pha hơn u một góc $\frac{\pi}{3}$. Viết i(t) ?
2. i trễ pha hơn u một góc $\frac{\pi}{4}$. Tìm công suất của mạch ?

Đáp số : **1.** $C \approx 8{,}53.10^{-6}$(F) = 8,53 (μF); $\quad i = 0{,}6\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (A)

2. $C \approx 31{,}8.10^{-6}$(F) = 31,8 (μF); $\quad P = 36$ (W)

(*Gợi ý* : Sử dụng các công thức $\text{tg}\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R}$, $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$ và $P = I^2 R$).

103 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$u_{AB} = 200\sin 100\pi t$ (V); $L = \frac{2}{\pi}$(H); R và C thay đổi được.

1. Cho $C = \frac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F); thay đổi R đến khi công suất tiêu thụ của mạch $P = 80$ (W). Tìm R lúc này ?
2. Tìm C để hệ số công suất của mạch có giá trị cực đại. Tìm công suất tiêu thụ lúc này. Biết $R = 100\ (\Omega)$.

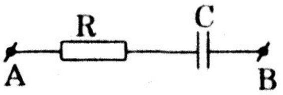
Gợi ý :

1. Tìm Z_L, Z_C, I qua R và $P = I^2 R$ rồi giải phương trình bậc hai :

$$R^2 - 250R + 10000 = 0 \rightarrow R = \left[\begin{array}{l} 50(\Omega) \\ 200(\Omega) \end{array}\right.$$

2. $\cos\varphi$ cực đại nên $\cos\varphi = 1$; $\varphi = 0^\circ$; có cộng hưởng, $Z_L = Z_C$ và $I_{max} = \sqrt{2}$ (A); $P_{max} = 200$ (W).

104 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$u_{AB} = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

a) Biết $I = \sqrt{3}$ (A); i lệch pha $\frac{\pi}{3}$ so với u_{AB}. Tìm R, C ?

b) Nối tiếp vào mạch trên cuộn dây có R_0, L thì thấy $I = 1{,}5$ (A); i nhanh pha $\frac{\pi}{6}$ so với u_{AB}. Tìm R_0, L ?

Gợi ý :

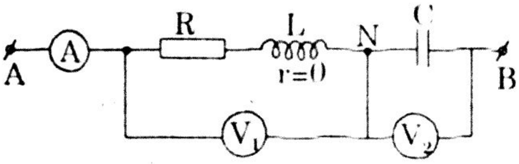
a) Tìm Z, dùng $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z} \rightarrow R = \dfrac{50}{\sqrt{3}}\,(\Omega)$

Dùng $\operatorname{tg}\varphi = -\dfrac{Z_C}{R} \rightarrow Z_C = 50\,(\Omega)$ và $C = 63{,}3\,(\mu F)$

b) Dùng $\operatorname{tg}\varphi' = \dfrac{Z_L - Z_C}{R + R_0}$; $\cos\varphi' = \dfrac{R + R_0}{Z'}$ sau khi tìm được :

$$Z' = \frac{200}{3}\,(\Omega) \rightarrow R_0 = \frac{50}{\sqrt{3}}\,(\Omega);\quad Z_L = \frac{50}{3}\,(\Omega);\quad L \approx 0{,}053\,(H).$$

105 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$u_{AB} = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$

Ampe kế chỉ 2A; vôn kế V_2 chỉ 40 (V).

1. Tìm C ?

2. Biết hệ số công suất của mạch là $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Tìm R, L, số chỉ của V_1 ?

Gợi ý :

1. Vôn kế V_2 chỉ $U_C = 40\,(V)$; $I = 2\,(A) \rightarrow Z_C \rightarrow C = 159\,(\mu F)$

2. Tìm Z; dùng $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z} \rightarrow R = 25\sqrt{2}\,(\Omega)$

Dùng $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{R}$ và $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{R}{Z} \rightarrow L \approx 0{,}18H$;

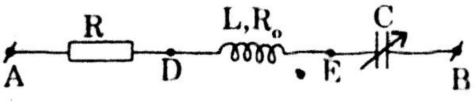
Vôn kế V_1 chỉ $U_{AN} \approx 132\,(V)$.

106 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

$u_{AB} = 150\sin 100\pi t\ (V)$; $R = 30\,(\Omega)$; $R_0 = 30\,(\Omega)$; $L = \dfrac{1{,}5}{\pi}\,(H)$; C thay đổi được.

a) Khi $C = \dfrac{1}{2{,}1\pi}.10^{-4}\,(F)$; viết i(t) và $u_{cd}(t)$ của cuộn dây ?

Cho $\operatorname{tg}\left(\dfrac{437\pi}{1000}\right) = 5$.



b) Đổi C để u_{AB} nhanh pha hơn i(t) một góc $\dfrac{\pi}{4}$. Tìm C, U_{DB} ?

c) Đổi C để công suất tiêu thụ toàn mạch cực đại. Tìm C và P ?

Gợi ý :

a) Tìm Z_L, Z_C; $Z = 60\sqrt{2}\ (\Omega)$; $I_0 = \dfrac{U_0}{Z} = 1,25\sqrt{2}\ (A)$;

Tìm $tg\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{R + R_0} = -1 \rightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{4}$

và $i = 1,25\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)\ (A)$

Tìm $Z_{DE} = 30\sqrt{26}\ (\Omega)$; $U_{0ED} = 75\sqrt{13}\ (V)$; $tg\varphi = 5$

$\rightarrow$ $DE \approx 270\sin(100\pi t + 2,16)\ (V)$.

b) Từ $\varphi = \dfrac{\pi}{4}$; dùng $tg\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{R + R_0} = 1 \rightarrow Z_C = 90\Omega$ và $C \approx 35,3\ (\mu F)$;

tìm Z, tìm $I = 1,25\ (A)$, tìm $Z_{DB} = 30\sqrt{5}\ (\Omega) \rightarrow U_{DB} = IZ_{DB} \approx 84\ (V)$.

c) $R = const$, $P = I^2R$; $P_{max} \leftrightarrow I_{max}$ (có cộng hưởng)

$\rightarrow$ $C = 21,2\ (\mu F)$; $I_{max} = \dfrac{75\sqrt{2}}{60}\ (A)$; $P_{max} \approx 187,5\ (W)$.

107 Dòng xoay chiều có $f = 50\ (Hz)$ và $I = 2\ (A)$ qua cuộn dây có $R = 15\ (\Omega)$ và $L = 0,1\ (H)$.

1. Tìm U_{cd} hai đầu cuộn dây ?

2. Dùng hiệu điện thế $u = 220\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$ để cung cấp điện cho cuộn dây. Muốn dòng qua cuộn dây $I = 2\ (A)$ ta dùng một trong hai cách sau :

a) Nối tiếp cuộn dây với R_1.

b) Nối tiếp cuộn dây với tụ có điện dung C. Tìm R_1, C ?

3. Tính công suất tiêu thụ trong mỗi trường hợp của câu 2, suy ra cách mắc nào lợi hơn ?

Đáp số : **1.** 69,6 (V)

2. $R_1 = 90,4\ (\Omega)$; $C = 2,27.10^{-5}\ (F)$

3. 421,6 (W) và 60 (W); cách (b) lợi hơn vì công suất tỏa nhiệt vô ích bé hơn.

108 Một mạch xoay chiều nối tiếp gồm R; cuộn dây thuần cảm L, tụ có $C = \dfrac{1}{2\pi}.10^{-4}\ (F)$. Toàn mạch có $u = 200\sin 100\pi t\ (V)$.

1. Tìm R để công suất tiêu thụ của mạch là cực đại. Tìm P_{max} ?

2. Tìm R để công suất tiêu thụ bằng $\dfrac{3}{10}$ công suất cực đại ở câu 1.

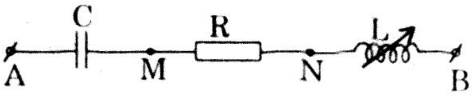
Gợi ý :

1. Viết phương trình $P = I^2R$; dùng bất đẳng thức Cauchy, tìm được $R = 120\ (\Omega)$ và $P_{max} = 83,3\ (W)$.

2. Cho $P = \dfrac{3}{10}P_{max}$; giải phương trình $R'^2 - 800R' + 14400 = 0$ ta có : $R' = 782\ (\Omega)$ và $R' = 18\ (\Omega)$.

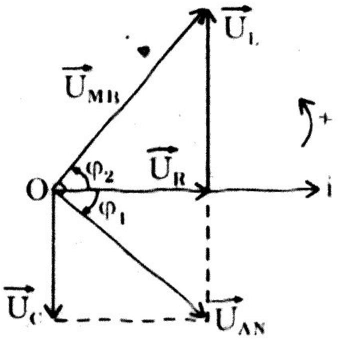
109 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ. A và B có $u = U\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$ với $R = 120\ (\Omega)$; $C = \dfrac{1}{9\pi}.10^{-3}\,(F)$.

1. Tìm L để u_{AN} vuông pha với u_{MB}.
2. Tìm L để $U_{AN} = U_1$ cực đại.
3. Tìm L để $\cos\varphi = 0,8$.



Gợi ý :

1. * Vẽ giản đồ vectơ.



* $|\varphi_1| + \varphi_2 = 90^\circ \rightarrow \quad tg|\varphi_1| = cotg\varphi_2 = \dfrac{1}{tg\varphi_2}$

* Với $\quad tg|\varphi_1| = \dfrac{Z_C}{R}$ và $tg\varphi_2 = \dfrac{Z_L}{R}$

nên $\dfrac{Z_C}{R} = \dfrac{R}{Z_L} \quad \rightarrow \quad Z_L = \dfrac{R^2}{Z_C} \qquad (1)$

* Tính Z_C, thay số vào (1) ta có : $Z_C = 90\Omega$; $Z_L = 160\Omega$; $L = \dfrac{1,6}{\pi}\,(H)$

2. * Viết biểu thức $U_{AN} = I\sqrt{R^2 + Z_C^2}$; $Z_{AN} = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = const$,

$U_{AN} = U_1$ là cực đại khi I_{max} (có cộng hưởng);

$Z_L = Z_C = 90\ (\Omega) \quad \rightarrow \quad L = \dfrac{0,9}{\pi}\,(H)$

3. * $\cos\varphi = 0,8 \rightarrow \quad \sin\varphi = 0,6; \qquad |tg\varphi| = \dfrac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \dfrac{3}{4} = \dfrac{|Z_L - Z_C|}{R}$

* $|Z_L - Z_C| = \dfrac{3}{4}R = 90\ (\Omega) \rightarrow Z_L - Z_C = Z_L - 90 = \pm 90$

$Z_L - 90 = +90 \rightarrow \quad Z_L = 180\ (\Omega);\ \ L = \dfrac{1,8}{\pi}\,(H)$

$Z_L - 90 = -90 \rightarrow \quad Z_L = 0 \quad$ (loại).

110 Cho mạch xoay chiều R, L, C nối tiếp; L biến thiên, toàn mạch có $u = U\sqrt{2}\sin\omega t$ (V). Khi $L_1 = \frac{1}{\pi}$ (H) thì i nhanh pha hơn u một góc $\frac{\pi}{4}$. Khi $L_2 = \frac{2,5}{\pi}$ (H) thì $U_{L\max}$.

1. Tính R và ω, biết $C = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}$ (F).
2. Biết $U_{L\max} = 250$ (V); viết biểu thức u(t) ?

Gợi ý :

1. * Từ $\mathrm{tg}\varphi_1 = \dfrac{\omega L_1 - \frac{1}{\omega C}}{R} = \mathrm{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1 \rightarrow R^2 = \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C}\right)^2$ (1)

* Xem bài 57. Khi L_2 có $U_{L\max}$ thì :

$$Z_{L_2} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \rightarrow R^2 = \frac{L_2}{C} - \frac{1}{\omega^2 C^2} \quad (2)$$

* Kết hợp (1) và (2), thay số của C, L_1, L_2 vào :

$$\omega^4 - 9\pi^2\omega^2 + 8\pi^4.10^8 = 0 \rightarrow \begin{array}{l}\omega_1 = 100\pi \text{ (rad/s)}\\ \omega_2 = 200\sqrt{2}\,\pi \text{ (rad/s)}\end{array}$$

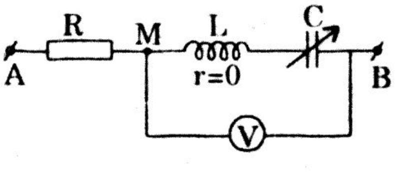
* Dùng (1) $\begin{cases}\text{với } \omega_1 = 100\pi \text{ (rad/s)} & \text{thì } R_1 = 100\ (\Omega)\\ \text{với } \omega_2 = 200\sqrt{2}\,\pi \text{ (rad/s)} & \text{thì } R_2 = 150\sqrt{2}\ (\Omega)\end{cases}$

2. * Xem bài 57 : $U_{L\max} = \dfrac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \rightarrow U = \dfrac{U_{L\max}R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$ (3)

* Với $\omega_1 = 100\pi$ (rad/s) thay số đã tính $R = 100\Omega$; $Z_C = 200\Omega$ vào (3) ta có : $U = 50\sqrt{5}$ (V) và $u = 50\sqrt{10}\sin 100\pi t$ (V).

* Với $\omega_2 = 200\sqrt{2}\,\pi$ (rad/s); thay số $R_2 = 150\sqrt{2}$ (Ω); $Z_C = 50\sqrt{2}$ (Ω) vào (3) ta có : $U = 75\sqrt{10}$ (V) và $u = 150\sqrt{5}\sin 200\pi t$ (V).

111 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



AB có $u = U\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

$R = 100\sqrt{3}$ (Ω); cuộn dây thuần cảm; $R_V = \infty$.

Khi $C = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}$ (F) thì vôn kế V chỉ bằng $\frac{1}{2}$U và u chậm pha hơn i.

Tìm C để vôn kế V chỉ số 0.

Gợi ý :

* Tìm $U_{MB} = IZ_{MB} = \frac{U|Z_L - Z_C|}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{2}U \rightarrow Z_L - Z_C = \pm\frac{R}{\sqrt{3}}$

* Tìm Z_C và thay số ta có : $Z_L = 300$ (Ω); $Z_L = 100$ (Ω) và $Z_C = 200$ (Ω)

* Vì u chậm pha hơn i nên mạch có tính dung kháng ($Z_L < Z_C$). Vậy ta chọn $Z_L = 100$ (Ω).

* Từ biểu thức trên để $U_{MB} = 0$ thì :

$$|Z_L - Z_C| \rightarrow Z_L = Z_C \rightarrow C' = \frac{1}{\omega Z_L} = \frac{1}{\pi}.10^{-4}\text{ (F)}.$$

112 Một đoạn mạch xoay chiều gồm R = 100 (Ω); cuộn dây thuần cảm có $L = \frac{2}{\pi}$(H); tụ điện có $C = \frac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F) nối tiếp nhau. Toàn mạch có : $u = 200\sin(100\pi t)$ (V).

1. Viết i(t) ?

2. Cho R, L, C không đổi. Thay đổi ω. Tìm ω để u và i cùng pha?

3. Trong điều kiện câu 2, viết biểu thức i(t); $u_L(t)$; $u_C(t)$, cho nhận xét ?

Gợi ý :

1. * Với ω = 100π (rad/s) thì : $Z_L = 200$ (Ω); $Z_C = 100$ (Ω); $Z = 100\sqrt{2}$ (Ω)

* $I_0 = \sqrt{2}$ (A); $tg\varphi = 1 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$ và $i = \sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ (A)

2. $\cos\varphi = 1$, $\varphi = 0^0$ (có cộng hưởng); $Z_L = Z_C \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 50\sqrt{2}\pi$

Vậy : $\omega = 50\sqrt{2}\pi$ (rad/s).

3. * $\varphi = 0^0$; u và i cùng pha, $I_{max} = \frac{U}{R} = \sqrt{2}$ (A) $\rightarrow I_0 = 2$ (A)

$$i = 2\sin\left(50\sqrt{2}\pi t\right)\text{ (A)}$$

* $Z_L = Z_C = \omega L = 50\sqrt{2}\pi.\frac{2}{\pi} = 100\sqrt{2}$ (Ω); $U_{0L} = U_{0C} = I_0 Z_L = 200\sqrt{2}$ (V)

* $u_L = 200\sqrt{2}\sin\left(50\sqrt{2}\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ và $u_C = 200\sqrt{2}\sin\left(50\sqrt{2}\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$

u_L và u_C ngược pha nhau.

113 Cho mạch xoay chiều R, L, C nối tiếp, C biến thiên, toàn mạch có $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V). Khi $C = C_0$ thì $U_{C\,max} = 200$ (V); khi đó công suất của mạch là $P = 38{,}4$ (W). Tìm R, L, C ?

Gợi ý :

* Xem bài 60; $U_{C\,max} = \dfrac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}$ với $Z_C = \dfrac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$

* Công suất của mạch $P = \dfrac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

* Biến đổi các công thức ở trên ta có : $R = \dfrac{\left(U^2_{C\,max} - U^2\right)U^2}{U^2_{C\,max}P}$; thay số ta có $R = 240$ (Ω)

* Biến đổi ta cũng có : $Z_L^2 = \left(\dfrac{U^2_{C\,max} - U^2}{U^2}\right)R^2$; thay số ta có $Z_L = 320$ (Ω)

* Thay số vào $Z_C = \dfrac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = 500\,(\Omega)$

* Cuối cùng ta có : $R = 240$ (Ω); $L = \dfrac{3{,}2}{\pi}$ (H); $C = \dfrac{1}{5\pi}.10^{-4}$ (F).

114 Cho mạch R, L, C nối tiếp, C biến thiên, toàn mạch có $u = U\sqrt{2}\sin(\omega t)$ (V). Khi $C = C_1 = \dfrac{1}{2\pi}.10^{-4}$ (F) và $C = C_2 = \dfrac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F) thì công suất mạch như nhau và i_1 (ứng với C_1), i_2 (ứng với C_2) lệch pha nhau $\dfrac{\pi}{3}$.

1. Tìm ω và L biết $R = 50\sqrt{3}$ (Ω). **2.** Tìm ω và R biết $L = \dfrac{1{,}5}{\pi}$ (H).

Gợi ý :

1. * Do P như nhau → I như nhau và $Z_1 = Z_2$ → $Z_L = \dfrac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2}$ (1)

* $\text{tg}|\varphi_1| = \dfrac{|Z_L - Z_{C_1}|}{R}$; $\text{tg}|\varphi_2| = \dfrac{|Z_L - Z_{C_2}|}{R}$ (2)

* (1) và (2) suy ra : $|\varphi_1| = |\varphi_2| = \dfrac{\pi}{6}$ (3)

* Từ (1) → $\omega = \sqrt{\dfrac{1}{2L}\left(\dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}\right)} = 100\pi$ (rad/s)

* Với $\quad tg\varphi_1 = \dfrac{Z_{C_1} - Z_L}{R} \quad \rightarrow \quad R = \dfrac{Z_{C_1} - Z_L}{tg\varphi_1}$

với $\quad Z_{C_1} = 200(\Omega);\ Z_L = 150\ (\Omega);$

$$tg\varphi_1 = tg\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \rightarrow \quad R = 50\sqrt{3}\ (\Omega)$$

2. * Từ (1) $\quad \rightarrow \quad L\omega^2 = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}\right)$

* $tg\varphi_1 = \dfrac{\left(\dfrac{1}{\omega C_1} - \omega L\right)}{R} \quad \rightarrow \quad \dfrac{1}{\omega C_1} - \omega L = Rtg\varphi_1$

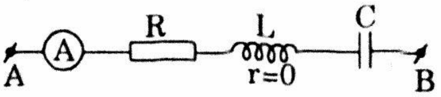
* Thay số : $\left.\begin{array}{l} L\omega^2 = 1{,}5\pi.10^4 \\ \dfrac{2\pi}{\omega}.10^4 - \omega L = 50 \end{array}\right\} \rightarrow \quad L = \dfrac{1{,}5}{\pi}(H);\ \omega = 100\pi\ (rad/s).$

115 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

AB có $u = 100\sqrt{2}\sin\omega t$ (V). Khi $\omega = \omega_0 = 100\pi$ (rad/s) thì ampe kế chỉ cực đại 10 (A). Khi $\omega = \omega_1 = 200\pi$ (rad/s) thì độ chỉ của ampe kế chỉ bằng một nửa độ chỉ cực đại.

1. Tìm R, L, C.

2. Viết biểu thức i(t) trong mỗi trường hợp.



Gợi ý :

1. * Do $I_{max} = \dfrac{U}{R} \rightarrow R = 10\ (\Omega)$, lúc đó : $Z_L = Z_C \rightarrow LC = \dfrac{1}{\omega_0^2}$ (1)

* Khi $\omega = \omega_1$; $I = \dfrac{1}{2}I_{max} = 5$ (A); tìm Z suy ra : $\omega_1 L - \dfrac{1}{\omega_1 C} = \pm 10\sqrt{3}$ (2)

* Giải (1) và (2) sau khi thay số và chọn C > 0, ta có :

$$C = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}.10^{-3}(F) \quad \text{và (1) cho ta} \quad L = \frac{0{,}2}{\sqrt{3}\pi}(H).$$

2. * Khi $\omega = \omega_0$; có cộng hưởng, u và i cùng pha.

$$i_1 = 10\sqrt{2}\sin 100\pi t \quad (A)$$

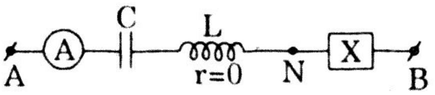
* Khi $\omega = \omega_1 = 200\pi$ (rad/s); tìm $Z_L = \dfrac{40}{\sqrt{3}}(\Omega)$; $Z_C = \dfrac{10}{\sqrt{3}}(\Omega)$; $tg\varphi = \sqrt{3}$

và u sớm pha hơn i_2 một góc $\dfrac{\pi}{3}$.

Tìm $Z = 20\ (\Omega)$; $I_{02} = \dfrac{I_{01}}{2} = \dfrac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}\ (A)$

$$i_2 = 5\sqrt{2}\sin\left(200\pi t - \frac{\pi}{3}\right)(A).$$

116 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$u_{AB} = 200\sin 100\pi t$ (V); L = 0,636 (H);

C = 31,8 (μF). Đoạn mạch X chứa 2 trong 3 phần tử (R_X, L_X, C_X) nối tiếp.

1. X chứa những gì ? Biết Ampe kế chỉ 2,8 (A) và hệ số công suất của mạch là 1. Lấy $\sqrt{2} \approx 1{,}4$.

2. Tìm $u_X(t)$ của đoạn mạch X.

Gợi ý :

1. * Tính $Z_L = \omega L = 100\pi.0{,}636 = 100\pi.\dfrac{2}{\pi} = 200(\Omega)$

* Tính $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{100\pi.31{,}8.10^{-6}} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{1}{\pi}.10^{-4}} = 100\ (\Omega)$

* Vì đoạn mạch AN có $Z_L > Z_C$ nên có tính cảm kháng.

* Muốn $\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0°$, u và i toàn mạch cùng pha thì đoạn mạch X phải có tính dung kháng → X chứa R_X và Z_{CX} (điện trở hoạt động và tụ điện).

* $\cos\varphi = \dfrac{R_X}{Z_{AB}} = 1 \quad \rightarrow \quad Z_{AB}^2 = R_X^2 + [Z_L - (Z_C + Z_{CX})]^2 = R_X^2$.

$$\rightarrow \quad Z_L - (Z_C + Z_{CX}) = 0 \quad \rightarrow \quad Z_{CX} = Z_L - Z_C = 100\ (\Omega)$$

$$\rightarrow \quad C_X = \frac{1}{\omega Z_{CX}} = \frac{1}{100\pi.100} = \frac{1}{\pi}.10^{-4}\ (F) = 31{,}8\ (\mu F)$$

* $Z_{AB} = \dfrac{U_{AB}}{I} = \dfrac{200}{\sqrt{2}.2{,}8} \approx 51\ (\Omega) \quad \rightarrow \quad R_X = 51\ (\Omega)$

2. $U_{0X} = I_0 Z_X = I\sqrt{2}\, Z_X = 2{,}8.\sqrt{2}.112 \approx 314\sqrt{2}\ (V)$

$\text{tg}\varphi_X = \dfrac{-Z_{CX}}{R_X} = -\dfrac{100}{51} \approx -1{,}9608 \quad \rightarrow \quad \varphi_X = -1{,}1$ (rad).

Vậy u_X muộn pha hơn i và u_X cũng muộn pha hơn u_{AB} (vì u_{AB} và i cùng pha)

$$u_X = 314\sqrt{2}\sin(100\pi t - 1{,}1)\ (V).$$

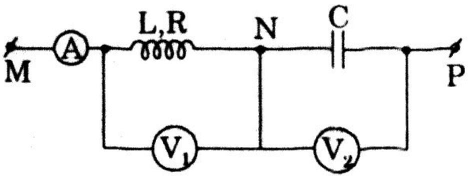
117 Trong mạch đã cho, các dụng cụ đo là lí tưởng. M, P có :

$u = 141,4\sin 100\pi t$ (V)

Ampe kế chỉ 0,5 (A);

vôn kế V_1 chỉ 75 (V);

vôn kế V_2 chỉ 125 (V).



1. Chứng tỏ cuộn dây có $R \neq 0$ và u_{MN} vuông pha với u_{MP}.
2. Tìm R, L, C. Viết i(t); $u_{MN}(t)$; $u_{NP}(t)$?

Gợi ý :

* Giả sử R = 0;

$$U'_{MP} = |U_L - U_C| = |75 - 125| = 50\ (V) \neq U_{MP} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100 (V)$$

Vậy cuộn dây có $R \neq 0$.

* $Z_{MP} = \dfrac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}.0,5} = 200\ (\Omega)$; $\quad Z_C = \dfrac{U_C}{I} = \dfrac{125}{0,5} = 250\ (\Omega)$

$$\rightarrow \quad C = \frac{1}{100\pi.250} = 12,7.10^{-6}\ (F) \quad \rightarrow \quad C = 12,7\ (\mu F)$$

* $Z_{cd} = \dfrac{U_{cd}}{I} = \dfrac{75}{0,5} = 150\ (\Omega)$

* Giải hệ phương trình

$$Z_{MP}^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2$$
$$Z_{cd}^2 = R^2 + Z_L^2$$

Suy ra : $Z_L = \dfrac{Z_{cd}^2 - Z_{MP}^2 + Z_C^2}{2Z_C} = 90\,\Omega \quad \rightarrow \quad L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{90}{100\pi} \approx 0,29\ (H)$

* $R = \sqrt{Z_{cd}^2 - Z_L^2} = \sqrt{150^2 - 90^2} = 120\ (\Omega)$

* $tg\varphi_{MP} = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} = \dfrac{90 - 250}{120} = -\dfrac{4}{3}$; u_{MP} muộn pha hơn i.

* $tg\varphi_{MN} = \dfrac{Z_L}{R} = \dfrac{90}{120} = \dfrac{3}{4}$; u_{MN} sớm pha hơn i.

* $|tg\varphi_{MP}.cotg\varphi_{MN}| = |tg\varphi_{MP}.tg\varphi_{MN}| = \dfrac{4}{3}.\dfrac{3}{4} = 1$

$\rightarrow \quad |\varphi_{MP}| + |\varphi_{MN}| = 90^o \quad \rightarrow \quad u_{MN}$ vuông pha với u_{MP}.

* $I_0 = 0,5\sqrt{2}$ (A); $\quad tg\varphi_{MN} = \dfrac{3}{4} \quad \rightarrow \quad \varphi_{MN} \approx 0,64$ (rad);

$U_{0MN} = I_0 Z_{cd} = 75\sqrt{2}\,(V)$

* $tg\varphi_{MP} = -\dfrac{4}{3} \quad \rightarrow \quad \varphi_{MN} = -0{,}93\ (rad)$

$\rightarrow \quad i = 0{,}5\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}93)\ (A)$

$u_M = 75\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right)\ (V)$

hoặc $\quad u_M = 75\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}93 + 0{,}64)\ (V)$.

118 Một mạch xoay chiều gồm hai trong ba phần tử R, L, C nối tiếp. Toàn mạch có $u = 100\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right)$ (V); $i = 5\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{6}\right)$ (A).

Hai phần tử đó là gì ? Tìm các giá trị của chúng ? Tìm công suất của mạch điện.

Gợi ý :

* Độ lệch pha của u và i là $\Delta\varphi = \dfrac{\pi}{6} - \left(-\dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{\pi}{3} \rightarrow$ u sớm pha hơn i; mạch có tính cảm kháng nên mạch chỉ có R, L nối tiếp.

* $tg\varphi = tg\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} = \dfrac{Z_L}{R} \quad \rightarrow \quad Z_L = R\sqrt{3} \qquad (1)$

* $Z = \dfrac{U}{I} = \dfrac{100}{5} = 20\,(\Omega); \qquad Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{R^2 + (R\sqrt{3})^2} = 2R$

$\rightarrow \quad R = \dfrac{Z}{2} = 10\,(\Omega)$

* $Z_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$ hoặc $Z_L = R\sqrt{3} = 10\sqrt{3}\,(\Omega)$;

$L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{10\sqrt{3}}{100\pi} = \dfrac{\sqrt{3}}{10\pi}\,(H)$

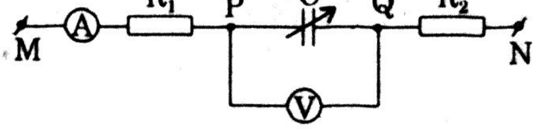
* $P = I^2R = 5^2.10 = 250$ W.

119 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

$u_{MN} = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V);

$R_2 = 20\ (\Omega)$; $R_1 = 60\ (\Omega)$;

$R_A = 0$; $\quad R_V = \infty$.



1. Cho $C = \dfrac{1}{6\pi}.10^{-3}$ (F); tìm số chỉ của vôn kế và ampe kế.

2. Mắc thêm vào đoạn mạch PN một cuộn dây thuần cảm L nối tiếp với R_2, C vẫn như câu 1.

a) Tìm L biết công suất của đoạn mạch MN là 90W.

b) $u_{PN}(t)$ của đoạn mạch PN. (cho $\sqrt{2} = 1,41$)

Đáp số : **1.** $I = 1,2$ (A); $U_C = 72$ (V)

2. $L = 0,446$ (H); $u_{PN} = 150\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0,643)$ (V).

120 Một cuộn dây có điện trở thuần R mắc vào mạch 110V – 50Hz thì cảm kháng của nó là 122 (Ω) và cường độ hiệu dụng qua nó là 0,5 (A).

1. Tìm L, R ?

2. Mắc nối tiếp cuộn dây với tụ C vào mạch 220V – 200Hz thì cường độ hiệu dụng qua mạch là 0,2 (A). Tìm C ?

3. Đổi ω của nguồn xoay chiều đến khi cường độ hiệu dụng trong mạch cực đại. Tìm I_{max} ? nếu mạch có U = 220 (V).

Gợi ý :

1. * $Z_{cd} = \dfrac{U}{I} = \dfrac{110}{0,5} = 220\ (\Omega)$; $\omega = 2\pi f = 100\pi$ (rad/s)

* $R = \sqrt{Z_{cd}^2 - Z_L^2} = \sqrt{(220)^2 - (122)^2} \approx 183\ (\Omega)$;

$L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{122}{100\pi} \approx 0,39$ (H).

2. * Với U = 220 (V); I = 0,5 (A); tìm Z; tìm Z_L mới rồi tìm được Z_C

($Z_L = \omega' L = 2\pi f'.L = 400\pi.0,39 = 490\ (\Omega)$; $Z = 1100\ (\Omega)$)

$$Z_C = 490 \pm 1085 \begin{cases} 1575(\Omega) \rightarrow C_1 = 2,02\mu F \\ -595 < 0 \quad (\text{loại}) \end{cases}$$

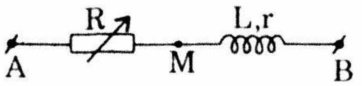
3. * R = const, I_{max} khi có cộng hưởng và $Z_L = Z_C \rightarrow I_{max} = \dfrac{U}{R}$

* $I_{max} = \dfrac{220}{183} \approx 1,2$ (A)

* $\omega L = \dfrac{1}{\omega C} \rightarrow \omega^2 = \dfrac{1}{LC} = (2\pi f)^2$

$$\rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,39.2,02.10^{-6}}} \approx 179\ (\text{Hz}).$$

121 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$u_{AB} = 5\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

1. $R = 12\ (\Omega)$ thì $U_{AM} = 4$ (V); $U_{MB} = 3$ (V). Tìm r, L.
2. Khi R biến thiên thì công suất của mạch thay đổi thế nào ?

Gợi ý :

1. * Nếu r = 0 thì $U_{AB} = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{U_{AM}^2 + U_{MB}^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ (V)

* $U_{AB} = 5$ (V) trùng với giả thiết nên r = 0

* $I = \dfrac{U_{AM}}{R} = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$ (A);

$$Z_L = \frac{U_{MB}}{I} = \frac{3}{\frac{1}{3}} = 9\,(\Omega) \rightarrow \quad L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{9}{100\pi} \approx 0{,}029\ (H) = 29\ (mH)$$

2. * $P = I^2R = \dfrac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \dfrac{U^2R}{R^2 + Z_L^2}$ $(Z_C = 0)$

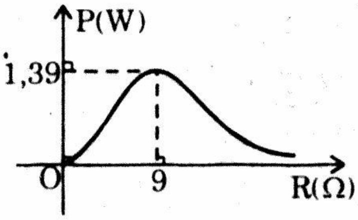
* Biến đổi P : $P = \dfrac{U^2}{R + \dfrac{Z_L^2}{R}} = \dfrac{\text{const}}{a + b} = \dfrac{\text{const}}{y}$

* $a.b = Z_L^2$ = const; theo bất đẳng thức Cauchy y_{min} khi a = b hay

$R = Z_L = 9\ (\Omega)$; lúc đó $P_{max} = \dfrac{U^2}{2R} = \dfrac{5^2}{2.9} \approx 1{,}39$ (W)

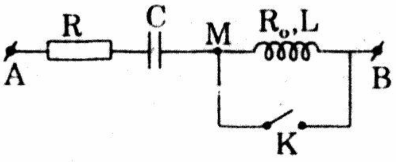
* Chú ý thêm : $R = 0;\quad P = 0$

$R \rightarrow \infty;\quad P \rightarrow 0$



Vậy trục OR là đường tiệm cận của hàm số P = f(R). Ta vẽ được đồ thị như hình bên.

122 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



A và B có $u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

Bỏ qua điện trở dây nối vào khóa K.

Khi K đóng, dòng qua R có giá trị hiệu dụng bằng $\sqrt{3}$ (A) và lệch pha $\dfrac{\pi}{3}$ so với u. Khi K mở, dòng qua R có giá trị hiệu dụng bằng 1,5 (A) và nhanh pha $\dfrac{\pi}{6}$ so với u. Tìm R, R_0, L, C ?

Gợi ý :

* K đóng; nối tắt M và B; mạch chỉ còn R, C nối tiếp.

$$+\ Z_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{100}{\sqrt{3}}(\Omega); \qquad Z_1^2 = R^2 + Z_C^2 \qquad (1)$$

$$+\ \cos\varphi_1 = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} = \frac{R}{Z_1} \quad \rightarrow \quad \frac{Z_1}{2} = R = \frac{100}{\sqrt{3}.2} = \frac{50}{\sqrt{3}}(\Omega)$$

$$+\ (1) \rightarrow \quad Z_C = \sqrt{Z_1^2 - R^2} = \sqrt{Z_1^2 - \frac{Z_1^2}{4}} = \frac{Z_1}{2}\sqrt{3} = \frac{100}{2}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 50\ (\Omega)$$

$$\rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.50} = 0{,}636.10^{-6}(F) = 0{,}636\ (\mu F)$$

* K mở, mạch gồm R, C, R_0, L nối tiếp.

$$+\ Z_2 = \frac{U}{I_2} = \frac{100}{1{,}5} = \frac{200}{3}(\Omega); \qquad Z_2^2 = (R + R_0)^2 + (Z_L - Z_C)^2 \qquad (2)$$

$$+\ \cos\varphi_2 = \frac{R + R_0}{Z_2} = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \quad R_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}Z_2 - R = \frac{50}{\sqrt{3}}(\Omega)$$

$$+\ (2) \rightarrow \quad Z_L = Z_C \pm \sqrt{Z_2^2 - (R + R_0)^2} = 50 \pm \frac{100}{3}$$

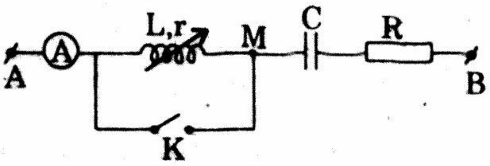
Vì i nhanh pha hơn u nên u muộn pha hơn i; mạch có tính dung kháng và $Z_C > Z_L$ nên chỉ lấy $Z_L = 50 - \frac{100}{3} = \frac{50}{3}(\Omega)$

$$+\ L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{50}{3.100\pi} = 0{,}053\,(H) = 53\ (mH).$$

123 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

AB có $u = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$

$R = 50\ (\Omega)$. Bỏ qua điện trở của ampe kế, dây nối, khóa K.



1. Khi K đóng; ampe kế chỉ 2 (A). Tìm C ?
2. Khi K ngắt; thay đổi L của cuộn dây để ampe kế chỉ cực đại và u_{AM} lệch pha $\frac{\pi}{2}$ so với u_{MB}. Tìm L, r ? viết i(t).

Gợi ý :

1. * K đóng, nối tắt A và M; mạch chỉ còn C, R nối tiếp.

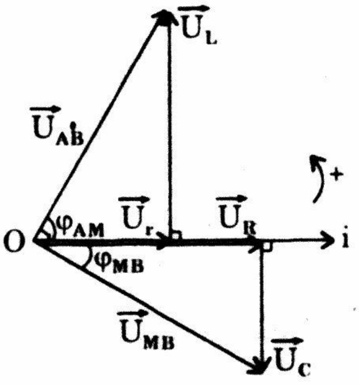
$$*\ I_1 = \frac{U}{Z_1} \rightarrow \quad Z_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{200}{2} = 100\,\Omega$$

* $Z_1 = \sqrt{R^2 + Z_C^2} \rightarrow Z_C = \sqrt{Z_1^2 - R^2} = \sqrt{100^2 - 50^2} = 50\sqrt{3}\,(\Omega) \approx 86{,}6\,(\Omega)$

$C = \dfrac{1}{Z_C.\omega} = \dfrac{1}{100\pi.50\sqrt{3}} \approx 36{,}7.\,10^{-6}\,(F) = 36{,}7\,(\mu F)$

2. * K ngắt, mạch có R, r, L, C nối tiếp.

* Vẽ giản đồ vectơ



* $tg\varphi_{AM} = \dfrac{Z_L}{r}$;

$tg\varphi_{MB} = -\dfrac{Z_C}{R} \rightarrow tg\,|\varphi_{MB}| = \dfrac{Z_C}{R}$

* Với $\varphi_{AM} + |\varphi_{MB}| = 90^\circ$

$\rightarrow \quad tg\varphi_{AM} = cotg\,|\varphi_{MB}| = \dfrac{1}{tg|\varphi_{MB}|}$

và $\quad tg\varphi_{AM}.tg\,|\varphi_{MB}| = 1 \quad \rightarrow \quad \dfrac{Z_L.Z_C}{Rr} = 1 \qquad (1)$

* $I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{U}{\sqrt{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \qquad (2)$

với U; (R + r) không đổi, I_{max} khi Z_{min} (có cộng hưởng) $\Rightarrow Z_L = Z_C$

$L = \dfrac{Z_C}{\omega} = \dfrac{50\sqrt{3}}{100\pi} \approx 0{,}28\,(H)$

* (1) $\rightarrow \quad r = \dfrac{Z_L Z_C}{R} = \dfrac{Z_C^2}{R} = \dfrac{(50\sqrt{3})^2}{50} = 150\,(\Omega)$

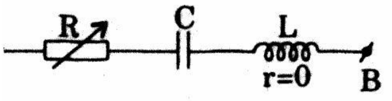
* $I_{max} = \dfrac{U}{R + r} = \dfrac{200}{50 + 150} = 1(A) \quad \rightarrow \quad I_0 = I_{max}\sqrt{2} = \sqrt{2}\,(A)$

* Có cộng hưởng nên u và i cùng pha.

Vậy : $i = \sqrt{2}\sin 100\pi t$ (A).

124 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ. AB có $u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V);

$L = \dfrac{1{,}4}{\pi}\,(H)$; $C = \dfrac{1}{2\pi}.10^{-4}\,(F)$.



1. Khi R = 80 (Ω).

a) Tìm tổng trở Z toàn mạch.

b) Viết i(t) toàn mạch.

c) Viết $u_L(t)$; $u_C(t)$.

2. Tìm R để công suất toàn mạch đạt giá trị cực đại. Tìm P_{max} ?

Biết $tg\alpha = \frac{3}{4}$ thì $\alpha = 0,64$ (rad).

Gợi ý :

1. **a)** * Tìm $Z_L = 140\ (\Omega)$; $Z_C = 200\ (\Omega)$ và $Z = 100\ (\Omega)$

b) * Tìm $I_0 = \sqrt{2}$ (A); $\varphi = 0,64$ (rad) và $i = \sqrt{2}\sin(100\pi t + 0,64)$ (A)

c) * Tìm $U_{0L} = I_0Z_L = 140\sqrt{2}$ (V) và $u_L = 140\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + 0,64 + \frac{\pi}{2}\right)$

hay $u_L = 140\sqrt{2}\sin(100\pi t + 2,21)$ (V)

* $U_{0C} = I_0Z_C = 200\sqrt{2}$ (V)

$u_C = 200\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + 0,64 - \frac{\pi}{2}\right)$

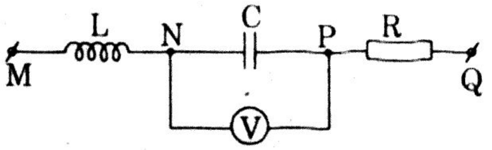
hay $u_C = 200\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0,93)$ (V)

2. Tìm hàm số P(R); dùng bất đẳng thức Cauchy ta có :

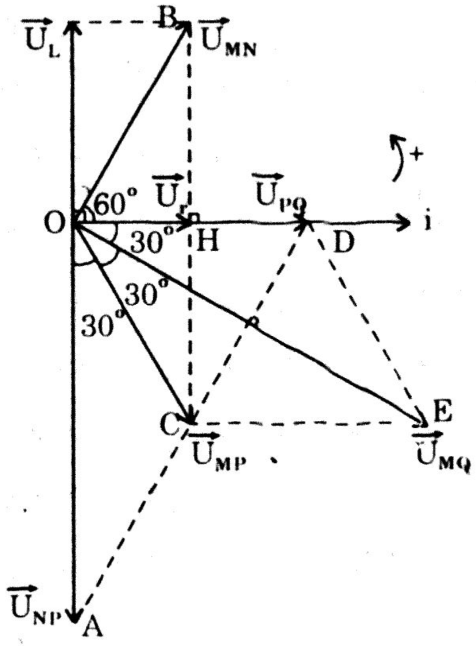
$$R = |Z_L - Z_C| = 60\ (\Omega);\ P_{max} = 83,3\ (W).$$

125 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ. MQ có hiệu điện thế xoay chiều tần số f = 50Hz, vôn kế nhiệt V chỉ 90 (V) ($R_V = \infty$); u_{MN} lệch pha 150° và u_{MP} lệch pha 30° so với u_{NP}. Đồng thời $U_{MP} = U_{MN} = U_{PQ}$. Biết R = 30 (Ω).

1. Hỏi cuộn dây có điện trở thuần không ? Giải thích.
2. Tìm U_{MQ} ?
3. Tìm L của cuộn dây.



Gợi ý :



1. Vẽ giản đồ vectơ theo giả thiết.

* Từ giả thiết và giản đồ vectơ ta có :

$\widehat{BOH} = 60^0$; $\widehat{HOC} = 60^0$

Nếu cuộn dây có r = 0 thì u_{MN} phải lệch pha so với i là $\frac{\pi}{2}$. Ở đây chỉ lệch pha $\frac{\pi}{3}$ nên $r \neq 0$.

2. * $U_{MP} = U_{MN} = U_{PQ} = U_1$

* Tam giác OBC cân :

$$U_{NP} = 2U_{MP}\sin 60^\circ$$

$$\rightarrow \quad U_{MP} = \frac{U_{NP}}{2\sin 60^\circ} = \frac{90}{2.\frac{\sqrt{3}}{2}} = 30\sqrt{3}\ (V) = U_{MN} = U_{PQ}$$

* Tứ giác ODEC là hình thoi, cạnh U_1 nên :

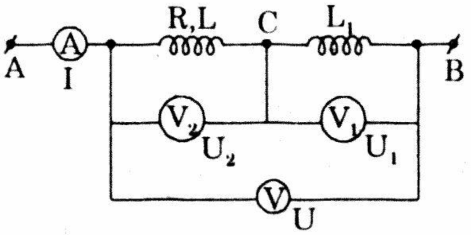
$$U_{MQ} = 2.U_{MP}\cos 30^\circ = 2.30\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2} = 90\ (V)$$

3. * $I = \dfrac{U_{PQ}}{R} = \dfrac{30\sqrt{3}}{30} = \sqrt{3}\ (A)$

* Tam giác OHB : $U_L = U_{MN}\sin 60^\circ = 30\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 45\ (V)$

* $Z_L = \dfrac{U_L}{I} = \dfrac{45}{\sqrt{3}} = 15\sqrt{3}$; $\quad L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{15\sqrt{3}}{100\pi} = 0{,}0826\,(H) = 82{,}6\ (mH).$

26 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



1. Chứng tỏ rằng có thể tìm được L, R nếu biết số chỉ của các đồng hồ đo lí tưởng và tần số của dòng điện f.

2. Áp dụng số :

Số chỉ của các vôn kế : V là $U = 100\ (V)$; V_1 là $U_1 = 35\ (V)$; V_2 là $U_2 = 75\ (V)$; của ampe kế là $I = 0{,}5\ (A)$ và $f = 50$ Hz.

Giải :

1. * $U_2 = IZ_{cd} = I\sqrt{R^2 + Z_L^2}$ và $Z_{cd} = \sqrt{R^2 + Z_L^2}$ (1)

* $U_1 = IZ_{L1}$ và $Z_{L1} = \dfrac{U_1}{I}$ (2)

* $U = IZ$ và $Z^2 = R^2 + (Z_L + Z_{L1})^2 = \dfrac{U^2}{I^2}$ (3)

* Giải (1), (2), (3) ta có : $Z_L = \omega L = 2\pi f L = \dfrac{U^2 - U_1^2 - U_2^2}{2U_1.I}$ (4)

$$\rightarrow \quad L = \frac{U^2 - U_1^2 - U_2^2}{4\pi f\,.\,U_1 I} \qquad (5)$$

* Giải (4), (1) ta cũng có :

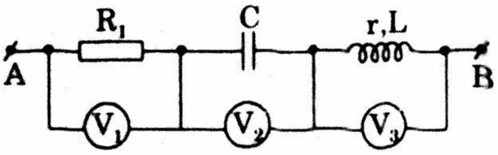
$$R = \frac{1}{2U_1 I}\sqrt{2U_1^2U_2^2U^2\left(\frac{1}{U_1^2} + \frac{1}{U_2^2} + \frac{1}{U^2}\right) - \left(U_1^4 + U_2^4 + U^4\right)} \qquad (6)$$

* Vậy theo (5) và (6) ta tìm được L, R nếu biết I, U, U_1, U_2 và f.

2. Thay số ta có : $Z_L = 90\ (\Omega)$; $L = 0,2865\ (H)$; $R = 120\ (\Omega)$.

127 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

$u_{AB} = 150\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$; $R_1 = 25\sqrt{3}\ (\Omega)$; các vôn kế V_2 và V_3 chỉ lần lượt là 100 (V), 50 (V). Hiệu điện thế hai đầu cuộn dây lệch pha $\frac{\pi}{6}$ so với dòng điện. Các vôn kế là lí tưởng.



1. Tìm số chỉ của vôn kế V_1.

2. Tìm L, C, r ?

Gợi ý :

1. * Xét cuộn dây, theo giả thiết :

$$tg\varphi_{cd} = tg\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{Z_L}{r} = \frac{IZ_L}{Ir} = \frac{U_L}{U_r} \rightarrow U_r = U_L\sqrt{3} \qquad (1)$$

* Vôn kế V_3 chỉ $U_{cd} = 50\ (V)$ và $U_{cd}^2 = 50^2 = U_r^2 + U_L^2$ (2)

* Giải (1) và (2) ta có : $U_L = 25\ (V)$; $U_r = 25\sqrt{3}\ (V)$ (3)

* $U_{AB}^2 = (150)^2 = (U_{R1} + U_r)^2 + (U_L - U_C)^2$ (4)

Thay $U_C = 100\ (V)$ (là số chỉ của vôn kế V_2); $U_r = 25\sqrt{3}\ (V)$; $U_L = 25\ (V)$ vào (4), giải, ta có :

$U_{R1} = 50\sqrt{3}\ (V)$ → Vôn kế V_1 chỉ $50\sqrt{3}\ (V)$.

2. * $I = \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{50\sqrt{3}}{25\sqrt{3}} = 2\ (A)$; $r = \frac{U_r}{I} = \frac{25\sqrt{3}}{2} = 12,5\sqrt{3}\ (\Omega)$

* $Z_L = \frac{U_L}{I} = \frac{25}{2} = 12,5\ (\Omega)$; $L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{12,5}{100\pi} \approx 0,040(H) = 40(mH)$

* $Z_C = \frac{U_C}{I} = \frac{100}{2} = 50\ (\Omega)$; $C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.50} = \frac{2}{\pi}.10^{-4}\ (F)$.

128 Một cuộn dây có điện trở hoạt động R_0 và độ tự cảm L. Cho dòng điện không đổi $I_1 = 0,1\ (A)$ qua cuộn dây với hiệu điện thế hai đầu cuộn dây là $U_1 = 10\ (V)$.

Nếu mắc nối tiếp cuộn dây với một tụ điện với hiệu điện thế xoay chiều toàn mạch là $u = 100\sqrt{2}\sin\omega t\ (V)$ thì thấy rằng :

* Khi $\omega = \omega_1 = 100\pi$ (rad/s) thì i nhanh pha hơn u là $\frac{\pi}{4}$

* Khi $\omega = \omega_2 = 200\pi$ (rad/s) thì u nhanh pha hơn i là $\frac{\pi}{4}$.

1. Tìm R_0, L, C ?

2. Viết biểu thức của i trong mỗi trường hợp.

Gợi ý :

1. * Cuộn dây chỉ có R_0; $Z_L = 0$ khi có dòng một chiều đi qua nên :

$$R_0 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{10}{0,1} = 100\,(\Omega)$$

* Khi $\omega = \omega_1$; i nhanh pha hơn u, vậy u chậm pha hơn i nên :

$$\text{tg}\varphi_1 = \text{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1 = \frac{Z_{1L} - Z_{1C}}{R_0}$$

$$\rightarrow \quad \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = -R_0 \quad \text{hay} \quad \omega_1^2 LC = 1 - R_0\omega_1 C \qquad (1)$$

* Khi $\omega = \omega_2$; u nhanh pha hơn i nên :

$$\text{tg}\varphi_2 = \text{tg}\left(+\frac{\pi}{4}\right) = +1 = \frac{Z_{2L} - Z_{2C}}{R_0}$$

$$\rightarrow \quad \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} = -R_0 \quad \text{hay} \quad \omega_2^2 LC = 1 + R_0\omega_2 C \qquad (2)$$

* Giải (1) và (2) : $\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 = \frac{1 - R_0\omega_1 C}{1 + R_0\omega_2 C} = \left(\frac{100\pi}{200\pi}\right)^2 = \frac{1}{4}$ (3)

* Thay $R_0 = 100\,(\Omega)$; ω_1, ω_2 vào (3) giải được : $C = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}$ (F)

Đưa C, ω_1, R_0 vào (1); giải được $L = \frac{1}{\pi}$(H).

2. * Khi $\omega = \omega_1$:

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_0}{Z_1} \quad \rightarrow \quad Z_1 = \frac{R_0}{\cos\varphi_1} = \frac{100}{\cos\frac{\pi}{4}} = 100\sqrt{2}\,(\Omega)$$

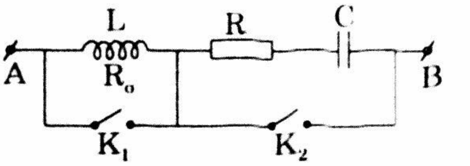
$$I_{01} = \frac{U_0}{Z_1} = \frac{100\sqrt{2}}{100\sqrt{2}} = 1\ (\text{A}).$$

Vậy : $i_1 = 1\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ (A)

* Khi $\omega = \omega_2$: $Z_2 = \dfrac{R_0}{\cos\varphi_2} = Z_1 = 100\sqrt{2}\ (\Omega)$; $I_{02} = 1\ (A)$

Theo giả thiết : $i_2 = 1.\sin\left(200\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right)\ (A)$

129 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



AB có $u = 100\sqrt{2}\sin\omega t$ (V)

$R = 100\ (\Omega)$; $C = \dfrac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F)

1. Khi K_1 đóng, K_2 mở; u chậm pha hơn i một góc $\dfrac{\pi}{4}$. Tìm ω ?

Khi K_1 mở, K_2 đóng; u nhanh pha hơn i một góc $\dfrac{\pi}{4}$.

Khi K_1 và K_2 đều mở, muốn u và i cùng pha thì ω bằng mấy ? Viết biểu thức của i.

Gợi ý :

1. * Dòng không qua L; mạch chỉ còn R, C nối tiếp.

* $\text{tg}\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{-Z_C}{R} = -1 \rightarrow \quad Z_C = R = 100\ (\Omega)$;

$$\omega = \frac{1}{C.Z_C} = \frac{1}{\frac{1}{\pi}.10^{-4}.10^2} = 100\pi\ \text{(rad/s)}$$

2. * K_1 mở, K_2 đóng; dòng không qua R và C. Mạch chỉ còn L,

$$\text{tg}\left(+\frac{\pi}{4}\right) = +1 = \frac{Z_L}{R_0} \quad \rightarrow \quad Z_L = R_0 \qquad (1)$$

* Khi K_1 và K_2 đều mở; mạch có R, L, C, R_0;

$$\text{tg}\varphi = \frac{1}{2} = \frac{Z_L - Z_C}{R + R_0} \qquad (2)$$

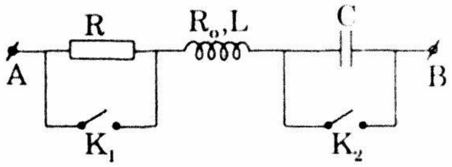
* Giải (1) và (2), thay số ta có :

$$Z_L = 300\ (\Omega);\quad L = \frac{3}{\pi}\ (H);\quad R_0 = 300\ (\Omega).$$

3. Để u và i cùng pha, ta có cộng hưởng; $Z_L = Z_C$

$$\rightarrow \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{\pi}.\frac{1}{\pi}.10^{-4}}} = \frac{100\pi}{\sqrt{3}}\ \text{(rad/s)}.$$

130 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$u_{AB} = 100\sin\omega t$ (V) = u

R = 100 (Ω); $C = \left(\dfrac{3-\sqrt{3}}{3\pi}\right).10^{-4}$ (F).

1. Biết K_1 mở, K_2 đóng; u nhanh pha hơn i một góc $\dfrac{\pi}{4}$

   K_2 mở, K_1 đóng; u và i cùng pha

   K_1 và K_2 đều đóng; u nhanh pha hơn i một góc $\dfrac{\pi}{3}$

   Tìm ω, L, R_0.

2. Khi K_1 và K_2 cùng mở; viết biểu thức i(t) toàn mạch.

Gợi ý :

1. * K_1 mở, K_2 đóng; dòng không qua C, mạch có R, R_0, L.

$$\rightarrow \quad tg\left(+\frac{\pi}{4}\right) = 1 = \frac{Z_L}{R+R_0} \quad \rightarrow \quad Z_L = R + R_0 \qquad (1)$$

* K_2 mở, K_1 đóng, dòng không qua R; mạch có R_0, L, C

$$tg0^0 = 0; Z_L = Z_C \qquad (2)$$

* K_1 và K_2 cùng đóng; dòng không qua R và C. Mạch chỉ còn R_0, L

$$\rightarrow \quad tg\left(+\frac{\pi}{3}\right) = +\sqrt{3} = \frac{Z_L}{R_0} \quad \rightarrow \quad Z_L = R_0\sqrt{3} \qquad (3)$$

* Với R = 100 (Ω); $Z_C = \dfrac{1}{\omega C}$.

Giải (1), (2), (3) ta có : $R_0 = \dfrac{R}{\sqrt{3}-1} = \dfrac{100}{\sqrt{3}-1} \approx 137$ (Ω)

* $Z_L = 137\sqrt{3}$ (Ω) ≈ 237 (Ω);

$$Z_L = Z_C = \frac{100\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \omega L \quad \rightarrow \quad L = \frac{100\sqrt{3}}{\omega(\sqrt{3}-1)}$$

$$* \quad Z_L = Z_C = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \omega = \frac{1}{C.Z_L} = \frac{1}{\left(\dfrac{100\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}\right).\left(\dfrac{3-\sqrt{3}}{3\pi}\right).10^{-4}} = 100\pi \text{ (rad/s)}$$

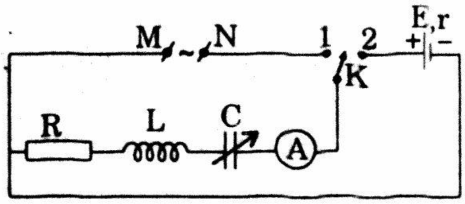
Vậy : $L = \dfrac{100\sqrt{3}}{100\pi(\sqrt{3}-1)} = \dfrac{2{,}37}{\pi}$ (H).

2. K_1 và K_2 đều mở, mạch có R, R_0, L, C nối tiếp; đã có $Z_L = Z_C$ nên mạch có cộng hưởng, $\varphi = 0$; u và i cùng pha.

$$I_0 = \frac{U_0}{R + R_0} = \frac{100}{100 + 137} \approx 0{,}4219 \quad \rightarrow \quad I_0 \approx 0{,}42\ (A)$$

$$i = 0{,}42\sin(100\pi t)\ (A).$$

131 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$R = 30(\Omega)$; $L = \frac{0{,}7}{\pi}(H)$; $R_a = 0$

$u_{MN} = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$

Nguồn một chiều E = 24(V); r = 2(Ω).

1. Điều chỉnh C để có $C_1 = \frac{1}{\pi}.10^{-4}(F)$ rồi đóng K sang chốt 1. Tìm số chỉ của ampe kế và viết i(t) qua R.

2. Điều chỉnh C để có $C_2 = \frac{1}{7\pi}(mF)$; đóng K sang chốt 1. Có hiện tượng gì xảy ra ? Ampe kế chỉ bao nhiêu ?

3. Giữ nguyên C_2 ở câu b; đóng K sang chốt 2. Xác định số chỉ ổn định của ampe kế.

Gợi ý :

1. * Tìm $Z_L = 70(\Omega)$; $Z_{C_1} = 100(\Omega)$;

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2} = 30\sqrt{2}\ (\Omega)$$

* $I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{120}{30\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}\ (A)$ → Ampe kế chỉ $I_1 = 2\sqrt{2}\ (A)$

* $I_{01} = I_1\sqrt{2} = 4(A)$; $tg\varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C_1}}{R} = -1$; $\varphi_1 = -\frac{\pi}{4}$; u muộn pha hơn i_1

$$i_1 = 4\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(A).$$

2. * Tìm $Z_{C_2} = 70\Omega$. Vậy $Z_{C_2} = Z_L$ → mạch xoay chiều có cộng hưởng;

$$Z_{min} = R; \quad I_{max} = \frac{U}{Z_{min}} = \frac{U}{R} = \frac{120}{30} = 4\ (A)$$

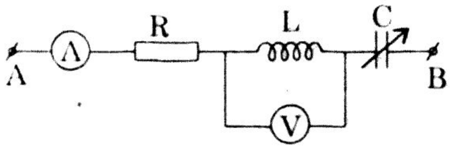
* Vậy ampe kế chỉ 4 (A).

3. Khi K = 2: dòng qua R, L, C là dòng một chiều.

* Lúc đầu tụ phóng điện nên có thể có dòng qua ampe kế.

* Lúc ổn định tụ có $Z_C = \infty$ (do $\omega \to 0$) nên dòng 1 chiều không qua được tụ và ampe kế chỉ số 0.

132 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$u_{AB} = 200\sin 100\pi t$ (V)

1. Điều chỉnh tụ điện đến $C_1 = 0,1$ (μF) thì ampe kế nhiệt chỉ giá trị cực đại $I_{max} = 0,1$(A). Tìm R, L ? Tìm số chỉ của vôn kế nhiệt. Cho $R_a = 0$, $R_V = \infty$. Viết $i_1(t)$ qua mạch.
2. Tìm C_2 của tụ khi ampe kế chỉ 0,01 (A). Biết $C_2 > C_1$. Viết biểu thức $i_2(t)$ qua mạch. Cho tg$(0,45\pi) = 10$.

Gợi ý :

1. * I_{max} nên có cộng hưởng;

$$Z_L = Z_{C_1} = \frac{1}{\pi}.10^5\,(\Omega) \quad \rightarrow \quad L = \frac{Z_L}{\omega} = 100\,(H);$$

$$I_{max} = \frac{U}{R} \quad \rightarrow \quad R = \frac{U}{I_{max}} = \frac{200}{\sqrt{2}.0,1} = 1000\sqrt{2}\,(\Omega)$$

* Vôn kế chỉ : $U_L = I_{max}Z_L = 0,1.\frac{1}{\pi}.10^5 \approx 3180$ (V)

* $I_0 = I_{max}\sqrt{2} = 0,1\sqrt{2}$ (A); $\varphi = 0^o$ $\rightarrow$ $i_1 = 0,1\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (A).

2. * $Z_2 = \dfrac{U}{I_2} = \dfrac{200}{\sqrt{2}.0,01} = 10000\sqrt{2}\,(\Omega)$

* $Z_2 = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2} \rightarrow Z_{C_2} = Z_L \pm \sqrt{Z_2^2 - R^2} = \dfrac{10^5}{\pi} \pm 9950\sqrt{2}$

Vì $Z_{C_1} = \dfrac{10^5}{\pi}\,(\Omega)$ và $Z_{C_2} < Z_{C_1}$ (do $C_2 > C_1$) nên chỉ lấy nghiệm

$$Z_{C_2} = \frac{10^5}{\pi} - 9950\sqrt{2} \approx 17731(\Omega)$$

$$\rightarrow \quad C_2 = \frac{1}{\omega Z_{C_2}} \approx 0,18.10^{-6}(F) = 0,18(\mu F)$$

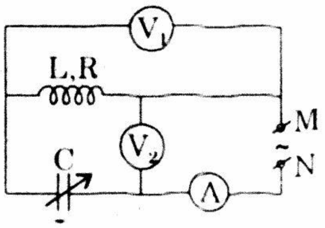
* $I_{02} = I_2\sqrt{2} = 0,01\sqrt{2}$ (A);

$$\mathrm{tg}\varphi_2 = \frac{Z_L - Z_{C_2}}{R} = \frac{\frac{1}{\pi}.10^5 - \left(\frac{1}{\pi}.10^5 - 9950\sqrt{2}\right)}{1000\sqrt{2}}$$

$\rightarrow \quad \mathrm{tg}\varphi_2 \approx +10$ và $\varphi_2 \approx 0,45\pi$

u sớm pha hơn i_2 nên : $i_2 = 0,01\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0,45\pi)$ (A).

133 Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



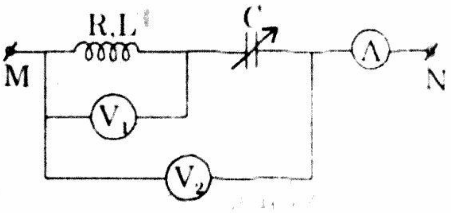
u_{MN} ổn định; $L = \frac{0,9}{\pi}$ (H) ; $R_a = 0$, $R_V = \infty$.

$i = I_0\sin(100\pi t)$ (A).

1. Các vôn kế nhiệt V_1, V_2 lần lượt chỉ 360(V); $180\sqrt{2}$ (V); số chỉ của ampe kế nhiệt là $2\sqrt{2}$ (A). Tìm C, viết $u_C(t)$ của tụ.

2. Đổi C sao cho hiệu điện thế trên các vôn kế lệch pha nhau $\frac{\pi}{2}$. Chứng minh U_C cực đại. Viết biểu thức $u_{cd}(t)$ của cuộn dây.

Gợi ý :



1. * Vẽ lại mạch điện.

* $Z_L = \omega L = 100\pi.\frac{0,9}{\pi} = 90\ (\Omega)$

$U_L = IZ_L = 2\sqrt{2}.90 = 180\sqrt{2}$ (V)

Trong lúc $U_L = 180\sqrt{2}$ mà $\textcircled{V_1}$ chỉ 360 (V), chứng tỏ cuộn dây có $R \neq 0$.

* $Z_{cd} = \frac{360}{2\sqrt{2}} = 90\sqrt{2}\ (\Omega)$; $\qquad R = \sqrt{Z_{cd}^2 - Z_L^2} = 90\ (\Omega)$

* $Z_{MN} = \frac{U_{MN}}{I} = \frac{180\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 90\ (\Omega) = R \rightarrow$ chứng to mạch có $Z_{MN\,min} = R$ tức là có cộng hưởng.

Khi đó $Z_C = Z_L \rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega Z_L} = \frac{1}{100\pi.90} \approx 35,38.\ 10^{-6}$ (F)

$C = 35,38\ (\mu F)$

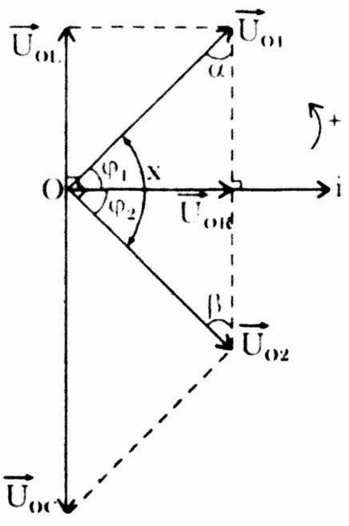
* $I_0 = I\sqrt{2} = 2\sqrt{2}.\sqrt{2} = 4$ (A); $\quad U_{0C} = I_0Z_C = I_0Z_L = 360$ (V)

u_C muộn pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$ nên : $u_C = 360\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (V)

2. * Vì $Z_L = R \rightarrow IZ_L = IR$

$\rightarrow U_{0L} = U_{0R} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$;

$U_{02} = 360 \text{ (V)} = \text{const} = 180\sqrt{2}.\sqrt{2}$



* Dùng định lí sin ta có :

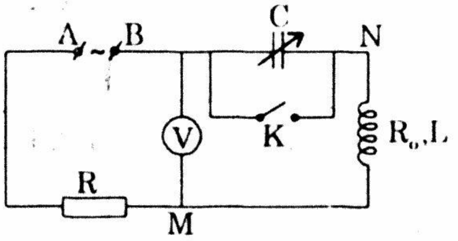
$$\frac{U_{02}}{\sin\frac{\pi}{4}} = \frac{U_{0C}}{\sin x} \rightarrow U_{0C} = U_{02}\sqrt{2}\sin x$$

* Với $x = \frac{\pi}{2}$ thì U_{0C} là cực đại (đpcm)

* Lúc đó $\alpha = \beta = 45°$; $x = 90°$; $U_{02} = U_{01} = 360$ (V) $\rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{4}$, nên :

$$u_{cd} = 360\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(V).$$

134 Cho mạch điện như hình vẽ.

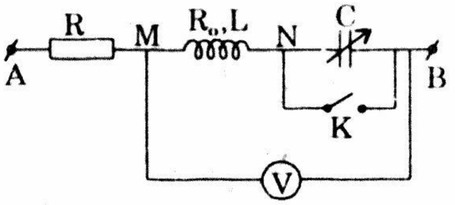


$u_{AB} = 150\sin 100\pi t$ (V)

1. Khi K đóng : $U_{AM} = 35$ (V); $U_{MN} = 85$ (V); công suất trên mạch MN là $P_{MN} = 40$ W. Tìm R_o, R, L ?
2. Khi K mở : chỉnh C để U_C cực đại. Tìm $U_{C\,max}$ và U_{AM}, U_{MN} khi đó.
3. Khi K mở : chỉnh C để số chỉ của vôn kế là nhỏ nhất. Tìm C và số chỉ của vôn kế khi đó ?

Gợi ý :

1. * Vẽ lại mạch cho dễ nhìn.



* Khi K đóng, dòng điện không qua tụ C (nối tắt N và B); mạch chỉ còn R, R_o, L. Vậy ta có ba phương trình tương ứng.

$$U_{R_0}^2 + U_L^2 = (85)^2 \quad (1)$$

$$U_R^2 = (35)^2 \quad (2)$$

$$U_{AB}^2 = (U_R + U_{R_0})^2 + U_L^2 = (75\sqrt{2})^2 \quad (3)$$

* Giải (1), (2), (3) ta có : $U_{R_0} = 40$ (V) (4)

* $P_{MN} = I^2 R_0 = I.R_0.I = U_{R_0}.I \quad \rightarrow \quad I = \dfrac{P_{MN}}{U_{R_0}} = \dfrac{40}{40} = 1\,(A)$

* $R_0 = \dfrac{U_{R_0}}{I} = \dfrac{40}{1} = 40\,(\Omega)$; $\quad R = \dfrac{U_R}{I} = \dfrac{35}{1} = 35\,(\Omega)$

* (1) $\rightarrow$ $U_L = \sqrt{(85)^2 - U_{R_0}^2} = 75\,(V)$;

$$Z_L = \frac{U_L}{I} = \frac{75}{1} = 75\,(\Omega);$$

$$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{75}{100\pi} \approx 0{,}24\,(H)$$

2. * Khi K mở; vôn kế chỉ U_{MB}; mạch có R, R_0, L, C

* $$U_C = IZ_C = \frac{U_{AB} Z_C}{\sqrt{(R + R_0)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$= \frac{U_{AB}}{\sqrt{\dfrac{(R + R_0)^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2}}} = \frac{\text{const}}{\sqrt{y}} \qquad (5)$$

* Thay số, biến đổi y ta có : $y = 11250x^2 - 150x + 1$ (6)

với $x = \dfrac{1}{Z_C}$ (7)

Tọa độ đỉnh (cực tiểu của y) : $x_0 = \dfrac{1}{150}$ và $y_0 = \dfrac{1}{2}$ (8)

* Do (7) $\rightarrow$ $Z_C = \dfrac{1}{x} = 150\,(\Omega)$ thì có $y_{min} = y_0 = \dfrac{1}{2}$;

Theo (5) thì $U_{C\,max} = \dfrac{75\sqrt{2}}{\sqrt{\dfrac{1}{2}}} = 150\,(V)$; $\quad I = \dfrac{U_{C\,max}}{Z_C} = \dfrac{150}{150} = 1\,(A)$

* $U_{AM} = I.R = 1.35 = 35\,(V)$

* $Z_{MN} = \sqrt{R_0^2 + Z_L^2} = 85\,(\Omega) \quad \rightarrow \quad U_{MN} = IZ_{MN} = 85\,(V)$

3. * K mở, C và Z_C là ẩn số; vôn kế chỉ U_{MB}

* $Z_{MB} = \sqrt{R_0^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{40^2 + (75 - Z_C)^2} = \sqrt{40^2 + X^2}$

$Z_{AB} = \sqrt{(R + R_0)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{(40 + 35)^2 + (75 - Z_C)^2} = \sqrt{75^2 + X^2}$

trong đó $X = (75 - Z_C)^2 > 0$

* $U_{MB} = IZ_{MB} = \dfrac{U}{Z_{AB}}.Z_{MB} = \dfrac{U\sqrt{40^2 + X^2}}{\sqrt{75^2 + X^2}} = U\sqrt{\dfrac{40^2 + X}{75^2 + X}} = U\sqrt{y}$ (9)

Chia đa thức, biến đổi $y = \dfrac{40^2 + X^2}{75^2 + X^2} = 1 - \dfrac{4025}{75^2 + X}$ (10)

$U = const$; U_{MB} cực tiểu khi y cực tiểu và $\dfrac{4025}{75^2 + X}$ cực đại.

Lúc đó $X = 0$ và $Z_C = Z_L = 75\ (\Omega) \rightarrow C = 42,2\ (\mu F)$

* Lúc này có cộng hưởng và $I = \dfrac{U}{R + R_0} = \dfrac{150}{\sqrt{2}(40 + 35)} = \sqrt{2}$

$Z_{MB} = R_0 = 40\ (\Omega) \quad \rightarrow \quad U_{MB} = IZ_{MB} = 40\sqrt{2}\ (V)$.

135 Mạch xoay chiều nối tiếp gồm $R = 100\sqrt{3}\ (\Omega)$; tụ điện có $C = \dfrac{1}{2\pi}.10^{-4}\ (F)$; cuộn dây thuần cảm có L thay đổi được.

Toàn mạch có $u = 200\sin 100\pi t\ (V)$. Tìm L trong các trường hợp sau :

1. Mạch có $\cos\varphi = 1$. Viết i(t).

2. Mạch có $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Viết i(t).

3. U_{cd} của cuộn dây là cực đại. Tìm $U_{L\,max}$ ấy ?

Gợi ý :

1. * Tìm $Z_C = 200\ (\Omega) = const$; $R = 100\sqrt{3}\ (\Omega) = const$.

* Khi $\cos\varphi = 1$; $\varphi = 0$; mạch có cộng hưởng;

$Z_L = Z_C = 200\ (\Omega) \quad \rightarrow \quad L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{2}{\pi}(H) \approx 0,64\ (H)$

* $I_0 = \dfrac{U_0}{Z_{min}} = \dfrac{U_0}{R} = \dfrac{200}{100\sqrt{3}} \approx 1,155\ (A) \quad \rightarrow \quad i_1 = 1,155\sin 100\pi t\ (A)$

2. * $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \quad \varphi = \pm\dfrac{\pi}{6}$;

$\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{R}{Z} \quad \rightarrow \quad Z = 200\ (\Omega)$

* Nếu $\varphi = +\dfrac{\pi}{6}$:

+ $\mathrm{tg}\left(+\dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow Z_L = 300\ (\Omega)$ và $L = \dfrac{3}{\pi}(H)$

+ $I_{02} = \dfrac{U_0}{Z} = \dfrac{200}{200} = 1(A)$; u sớm pha hơn i_2 nên :

$$i_2 = 1.\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)(A)$$

* Nếu $\varphi = -\dfrac{\pi}{6}$:

+ $tg\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) = -\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} \rightarrow Z_L = 100\ (\Omega)$ và $L = \dfrac{1}{\pi}(H)$

+ $I_{02} = \dfrac{U_0}{Z} = 1(A)$; u muộn pha hơn i_3 nên :

$$i_3 = 1.\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)(A)$$

3. * $U_L = IZ_L = \dfrac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \dfrac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2}}} = \dfrac{const}{\sqrt{y}}$ (1)

* $y = ax^2 + bx + c$ (2)

trong đó $a = R^2 + Z_C^2 > 0; b = -2Z_C; c = 1; x = \dfrac{1}{Z_L}$ (3)

* y_{min} thì $U_{L\,max}$ khi : $x = -\dfrac{b'}{a} = \dfrac{Z_C}{R^2 + Z_C^2} = \dfrac{1}{Z_L}$

$$\rightarrow \quad Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \qquad (4)$$

Thay số ta tìm được : $Z_L = 350\ (\Omega)$ và $L = \dfrac{3,5}{\pi}(H)$

* $y_{min} = -\dfrac{\Delta'}{a} = \dfrac{R^2}{R^2 + Z_C^2} = \dfrac{3}{7}$; $U_{L\,max} = \dfrac{U}{\sqrt{y}} = \dfrac{200}{\sqrt{2}.\sqrt{\dfrac{3}{7}}} \approx 216\ (V)$

MỤC LỤC

Phần I : **CÁC BÀI TOÁN MẪU** 3

Lý thuyết cơ bản về mạch R, L, C không phân nhánh 3

Chủ đề 1 : Đoạn mạch R, L nối tiếp 5

Chủ đề 2 : Đoạn mạch R, C nối tiếp 12

Chủ đề 3 : Đoạn mạch L, C nối tiếp 17

Chủ đề 4 : Cách viết biểu thức dòng điện, hiệu điện thế 22

Chủ đề 5 : Xác định các đại lượng của mạch RLC nối tiếp thỏa mãn các điều kiện đã cho 46

Chủ đề 6 : Các bài toán cực trị 69

Chủ đề 7 : Toán hộp đen 99

Chủ đề 8 : Mạch R, L, C nối tiếp tổng hợp 103

Phần II : **BÀI TẬP TỰ RÈN LUYỆN** 138

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội
Điện thoại: (04) 9718312; (04) 7547936. Fax: (04) 9714899
E-mail: nxb@vnu.edu.vn

* * *

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc: PHÙNG QUỐC BẢO

Tổng biên tập: PHẠM THÀNH HƯNG

Chịu trách nhiệm nội dung:
Biên tập: *TIẾN ĐẠT*

Trình bày bìa: THÁI HỌC

135 BÀI TOÁN MẠCH XOAY CHIỀU KHÔNG PHÂN NHÁNH

Mã số: 1L - 11 ĐH 2006

In 2.000 cuốn, khổ 16 × 24cm tại Xưởng in Chi nhánh Công ti Phát triển Công nghệ và Truyền hình - TP. Hồ Chí Minh.

Số xuất bản: 85 - 2006/CXB/ 64 – 01/ĐHQGHN, ngày 24/01/2006.

Quyết định xuất bản số: 54 LK/XB.
In xong và nộp lưu chiểu quý I năm 2006.